

TP d'initiation aux solveurs d'optimisation

1 Un modèle glpsol introductif

```
var x1>=0;
var x2>=0;
maximize obj:3*x1+x2;
subject to c1: 4*x1+2*x2<=22;
subject to c2: 6*x1+x2<=30;
solve;
display x1,x2;
display obj;
end;
```

Exercice 1 Soit le code à gauche. Modifier ce code et écrire dans un fichier `exo1.mod` un nouveau modèle qui apporte la modification suivante : ajouter une 3ème variable x_3 avec :

- un coefficient de 4 dans la fonction objectif
 - avec un coefficient de 3 dans les deux contraintes.
 - ajouter une contrainte $x_3 \geq 1$.
- Finalement, optimiser le modèle.

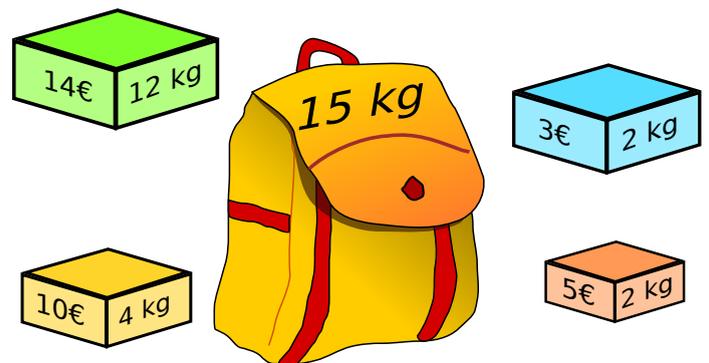
Pour lancer `glpsol`, vous pouvez soit :

- Écrire le modèle en ligne à cocoto.github.io/glpk-online/, mais n'oubliez pas de le sauvegarder dans un fichier `exo1.mod`
- Installer `glpsol` sur votre PC grâce aux instructions du site ci-dessous. Par exemple, vous pouvez utiliser l'IDE Gusek sous Windows.
cedric.cnam.fr/~porumbed/rcp104/

Si vous n'utilisez pas de IDE, ouvrez une invite de commande (console) et taper : `glpsol -m exo1.mod`

Autre option : Le langage `Julia` est plus universel. Vous pouvez l'installer, mais vous aurez besoin d'installer une bibliothèque `Jump` et le solveur `Cbc` (ou `Glpk`). Vous pouvez utiliser l'image d'une machine virtuelle `Linux` où tout est installé; allez à <http://cedric.cnam.fr/~porumbed/vboxjulia/>

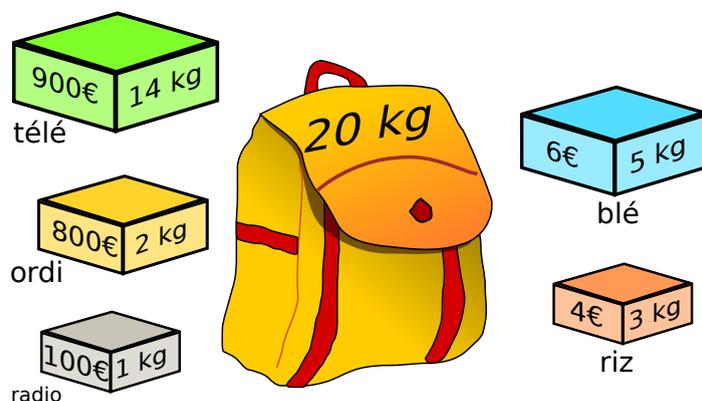
Exercice 2 Soit le sac à dos dans l'image. On suppose que chaque boîte contient un liquide (ou du blé), ce qui fait qu'on peut prendre une partie fractionnaire de chaque boîte (ex : on prends un tiers de la première boîte). On souhaite prendre le plus de marchandise pour maximiser le profit sans dépasser la capacité de 15kg . Il faut utiliser une variable pour chaque article. Résolvez le problème de tête et indiquez la valeur optimale obtenue dans l'espace ci-après. Ensuite, écrire un modèle `glpsol` dans un fichier `exo2.mod` et vérifier s'il donne la même réponse.



Exercice 3 On passe en mode binaire : un article peut être sélectionné ou pas, c.à.d., il prend soit la valeur 0 soit 1. Il suffit d'ajouter `binary` après une virgule dans la déclaration de cette variable; exemple : `var x1>=0, binary`; Vérifier de tête si vous trouvez la même valeur optimale.

Exercice 4 Soit le sac à dos dans l'image. Le but est de maximiser le profit; on ne peut pas sélectionner un article plus d'une fois. Par contre, il est possible de prendre une partie fractionnaire de la quantité disponible de riz ou de blé, par exemple prendre $\frac{1}{3}$ du riz disponible. Il n'est pas possible de prendre $\frac{1}{3}$ d'une télé ou d'un ordi.

1. Quelle est la meilleure solution que vous pouvez trouver en quelques minutes sans utiliser d'ordinateur?
2. Écrire un modèle `glpsol` et vérifiez votre réponse du point précédent.
3. Modéliser cette contrainte : on n'a pas le droit de prendre plus d'un article électronique (ex, pas possible télé+ordi)



2 Des pastèques et du blé dans des boîtes à livrer

On considère un producteur agricole d'Auvergne qui veut acheminer des marchandises dans des boîtes vers Paris. Il possède une quantité illimitée de boîtes (mini-conteneurs) préfabriquées qu'il peut transporter grâce à un livreur. La production agricole de cette année a donné :

1. *des pastèques*
Chaque pastèque transportée apporte un bénéfice de $\boxed{6\text{€}}$. Une pastèque pèse $\boxed{4\text{kg}}$ et occupe $\boxed{6\text{ litres}}$. Une pastèque ne peut pas être coupée; elle doit être transportée toute entière.
2. *du blé*
Chaque kg de blé transporté rapporte $\boxed{1\text{€}}$. Un kg de blé occupe $\boxed{\frac{2}{3}}$ litres (car le blé est plus lourd que l'eau).

Modélisez et résolvez le problème sachant que la boîte a deux limitations : **pooids maximal** (capacité) $\boxed{28\text{kg}}$; **volume maximal** $\boxed{37\text{ litres}}$.

Exercice 5 L'objectif est de trouver le bénéfice maximal par boîte. L'exercice a trois étapes :

1. D'abord, trouver à la main la configuration optimale : combien de pastèques et combien de kg. de blé doit-on mettre dans chaque boîte?
2. Écrire le modèle mathématique (avec des variables x pour les pastèques et y pour le blé) dans un fichier `exo5.txt`
3. Écrire le modèle `glpsol` dans un fichier `exo5.mod`. Vérifiez si `glpsol` renvoie la même valeur optimale que celle trouvée au point 1.

Exercice 6 Modifier le programme précédent pour permettre l'adaptation suivante. On suppose que le livreur vous offre la possibilité de dépasser la capacité donnée (sur le poids) à condition de le payer. Si vous dépassez la capacité d'un kg, il faut payer 0.7€. Si vous dépassez la capacité de deux kg, il faut payer $2 \times 0.7\text{€}$. Généralement, si vous dépassez la capacité de z kg, il faut payer $z \times 0.7\text{€}$. Le dépassement est toujours un nombre entier (en kg). Trouvez la configuration optimale des boîtes. .

Exercice 7 Résolvez les dernières questions posées en lignes à cedric.cnam.fr/~porumbed/rcp104/tp0.pdf

Exercice 8 Reprendre la dernière question de sac-à-dos et ajouter cette contrainte : La quantité de blé x_b doit être similaire à la quantité de riz x_r . Plus exactement la différence entre les deux ne peut pas dépasser 1kg. Cette contrainte peut s'écrire en utilisant un module :

$$|x_b - x_r| \leq 1$$

Les solveurs linéaires ne peuvent pas prendre en compte une telle contrainte, car elle est non linéaire. *Objectif* : Modifier cette contrainte pour la modéliser en utilisant une variable additionnelle et deux contraintes linéaires. Soyez créatifs : tous les coups sont permis !

Exercice 9 Vous êtes un restaurateur de luxe. Trouvez le profit maximal que vous pouvez obtenir si vous disposez des ces ressources.

- vous n'avez que 20 chaises et 5 tables. Vous pouvez offrir des tables de 8 personnes ou de 3 personnes.
- Une table de 8 vous apporte 3000 euros
- Une table de 3 vous apporte 1000 euros

Exercice 10 Vous avez à transporter 95 écoliers en vacances. Minimisez le coût de ces vacances si vous avez à votre disposition :

- 1 bus de 50 places qui vous coûte 1700 euros
- 3 bus de 30 places qui vous coûtent 1000 euros par bus
- 2 bus de 40 places qui vous coûtent 1200 euros par bus

Exercice 11 On suppose qu'en plus du coût fixe c indiqué plus haut, chaque bus a un coût de $0.01 \times c$ par écolier transporté. Quel est le nouveau coût minimal et quels bus sont choisis ?