

# TP noté RCP104

## 1 Un premier modèle plus facile

```
var x1>=0;
var x2>=0;
maximize obj:2*x1+x2;
subject to c1: 4*x1+2*x2<=22;
subject to c2: 6*x1+x2<=30;
solve;
display x1,x2;
display obj;
end;
```

**Exercice 1** Soit le code à gauche. Modifier ce code et écrire dans un fichier `exo1.mod` un nouveau modèle qui apporte la modification suivante : ajouter une 3ème variable  $x_3$  binaire avec :

- un coefficient de 4 dans la fonction objectif
- avec un coefficient de 3 dans les deux contraintes.

Finalement, optimiser le modèle.

Note technique : Vous pouvez soit :

- Écrire le modèle en ligne à [cocoto.github.io/glpk-online/](https://cocoto.github.io/glpk-online/), mais n'oubliez pas de le sauvegarder dans un fichier `exo1.mod`
- Utiliser votre machine. Il faut sauvegarder le fichier `exo1.mod` dans votre dossier personnel. Pour vérifier un modèle, il faut lancer `glpsol -m exo1.mod`

Vous pouvez aussi utiliser Julia à vos risques et périls.

## 2 Minimiser une somme de modules

**Exercice 2** Le modèle ci-dessous n'est pas un programme linéaire, car il implique des valeurs absolues et non pas des sommes linéaires comme  $3x + 4y$ . Le solveur (`glpsol`) ne peut pas résoudre ce modèle non-linéaire tel qu'il est écrit.

$$\begin{aligned} \min & |4x - 7y| + |2x - 3y| + |5x - 4y| \\ & 2x + 3y \geq 4 \\ & x + y \geq 10 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

*Consigne* : Modifier ce modèle pour le transformer en un programme linéaire. Donner le modèle final dans le fichier `exo2.mod`.

## 3 Expédition marchandise

**Exercice 3** Une entreprise doit expédier des marchandises à partir de trois entrepôts vers quatre clients. Chaque entrepôt a une capacité maximale d'expédition, et chaque client a une demande spécifique. L'objectif est de minimiser les coûts totaux d'expédition tout en respectant les capacités et les demandes.

Capacités d'expédition des entrepôts :

- Entrepôt 1 : 80 unités
- Entrepôt 2 : 70 unités

- Entrepôt 3 : 30 unités

Demandes des clients :

- Client 1 : 40 unités
- Client 2 : 50 unités
- Client 3 : 30 unités
- Client 4 : 60 unités

Les coûts d'expédition par unité de marchandise de l'entrepôt  $i$  vers le client  $j$  est  $i + j$ . Vous pouvez soit : (a) utiliser 12 variables genre  $x_{11}, x_{12}$ , etc ; ou (b) utiliser 3 variables de type tableau, une par entrepôt, ou (c) utiliser une matrice de variables associée à une matrice de coûts comme celle ci.

```
param coutsTransport :
      1  2  3  4 :=
1    1  2  3  4  5
2    2  3  4  5  6
3    3  4  5  6  7;
```

## 4 Sac-à-dos avec conflits

On considère un nombre  $n$  d'articles qu'on souhaite mettre dans un sac-à-dos. Chaque article a une valeur (bénéfice) et un poids. Le but est maximiser la valeur totale des articles sélectionnés sans dépasser la capacité (poids max) du sac-à-dos. En plus, certaines paires d'articles sont incompatibles, c.à.d., on a des conflits entre les articles. Dans l'exemple ci-dessous, il y a un conflit entre l'article 1 et l'article 2. On ne peut pas prendre

les deux articles ensemble, à cause du fait que la valeur `conflits[1][2]` vaut 1. On a aussi un conflit entre l'article 1 et l'article 4.

Voici une manière d'imposer les conflits :

```
s.t. conf{i in 1..n, j in i+1..n:
      conflits[i,j]=1}: x[i] + x[j] <= 1;
```

Pour  $n = 4$ , les données du problèmes pourraient être saisies grâce au code suivant :

```
param n:=4;
param poidsmax:=12;
param valeurs:= 1 4
                2 3
                3 2
                4 1;
param poids:= 1 4
```

```
      2 3
      3 2
      4 5;
param conflits : 1 2 3 4 :=
      1 0 1 0 1
      2 1 0 0 0
      3 0 0 0 0
      4 1 0 0 0 ;
```

**Exercice 4** Écrire un modèle dans un fichier `exo4.mod` pour trouver la valeur optimale. Ajouter à la fin de ce fichier un commentaire pour répondre à la question suivante. Indiquez les contraintes les plus fortes à ajouter si les conflits ont la forme suivante : les articles  $k, k + 1$  et  $k + 2$  sont en conflit pour tout  $k$  divisible par 3.

**Exercice 5** Écrivez le modèle mathématique pour le problème suivant. Deux amis décident de passer la lune de miel dans un pays exotique. *Ils ont ensemble* 5 articles à mettre dans leurs valises.

La compagnie aérienne facture 20 euros pour une valise de 20kg et 30 pour une valise de 30kg (ou 50 euros pour les deux). Le prix d'une valise est le même, qu'elle soit remplie ou pas ; si vous mettez 15kg dans une valise de 20kg, il faut payer 20 euros. Minimiser le coût pour les articles suivantes :

Nombre de l'article :	1	2	3	4	5
Poids :	8kg	15kg	9kg	7kg	1kg

Je vous suggère de remplir d'abord le tableau ci-dessous avec la meilleure solution que vous pouvez trouver de tête, sans utiliser un ordinateur. Dans chaque case il faut mettre 1 si l'article de la colonne correspondante est mis dans la valise associée à ligne correspondante, ou 0 sinon.

	article 1	article 2	article 3	article 4	article 5
No. Valise	8kg	15kg	9kg	7kg	1kg
valise 1 (20 kg)					
valise 2 (20 kg)					
valise 3 (30 kg)					
valise 4 (30 kg)					

Résolvez ce problème grâce à un fichier `exo5.mod` ; répondez dans un fichier `exo5.txt` à cette question : avez vous besoin d'un ordinateur pour la version fractionnaire du problème (si vous pouvez coupez les articles) ?

**Exercice 6** Écrire une contrainte pour associer à une variable  $p_1$  le poids porté par le premier passager et à  $p_2$  le poids porté par le deuxième passager. On souhaite avoir une redistribution équitable des poids, de sorte que la différence des deux poids  $p_1$  et  $p_2$  doit être au maximum 10. Autrement dit, on souhaite imposer  $|p_1 - p_2| \leq 10$ .

## Déposer vos fichiers à : [cedric.cnam.fr/~porumbed/rcp104/projet/](http://cedric.cnam.fr/~porumbed/rcp104/projet/)

Compressez les fichiers `exo1.mod`, `exo2.mod`, `exo3.mod`, `exo4.mod`, `exo5.mod`, `exo5.txt` `exo6.mod` dans une archive zip et déposer cela au lien ci-dessus. Vous pouvez éventuellement ajouter un fichier additionnel `rendu.txt` avec des explications, descriptions de difficultés, idées philosophiques, etc. **Note** : le respect de cette consigne compte pour deux points. Si vous ne respectez pas ce format, vous perdez deux points.

**Date limite** : vendredi 11 avril 23h59. Chaque jour de retard est pénalisée de 1 point sur 20. Mais la pénalité max de retard est de 6 points. Si vous le déposez après 3 semaines, vous partez d'une note max de 14 points. Par contre, essayez de ne pas dépasser 40 jours.