

Exercices : Programmation semi-définie

Cours de OPCO

Exercice 1 — *Dual de programmes semi-définis*

Pour chacun des programmes suivant, calculer son dual :

1.

$$(SDP_1) \begin{cases} \min 2x + y \\ \text{s.t} \\ \begin{pmatrix} 1-x & y \\ y & 1+x \end{pmatrix} \succeq 0 \end{cases}$$

2.

$$(SDP_2) \begin{cases} \min \langle Q, X \rangle \\ \text{s.t} \\ X_{ii} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \\ X \in \mathcal{S}_+^n \end{cases}$$

Exercice 2 — *Saut de dualité* Soit les problèmes SDP suivants¹ :

1.

$$(SDP_1) \begin{cases} \max -X_{33} \\ \text{s.t} \\ X_{12} + X_{21} + X_{33} = 1 \\ X_{22} = 0 \\ X \succeq 0 \end{cases}$$

2.

$$(SDP_2) \begin{cases} \max -\varepsilon X_{11} - X_{33} \\ \text{s.t} \\ X_{12} + X_{21} + X_{33} = 1 \\ X_{22} = 0 \\ X \succeq 0 \end{cases}$$

Pour chacun d'eux calculer le dual et indiquer en justifiant si ces problèmes ont un saut de dualité non nul et si oui caractériser le.

Exercice 3 — *Résolution pratique de programmes semi-définis*

A l'aide d'un des solveurs SDP et d'un des langages de modélisation proposés, résolvez les programmes semi-définis des exercices 1.1 et 2.2.

1. Ces exemples viennent de : Anupam Gupta and Ryan O'Donnell. Linear and semidefinite programming (advanced algorithms) fall 2011. Lecture 12