Spécification et Modélisation Informatiques (NFP108)

Seconde session

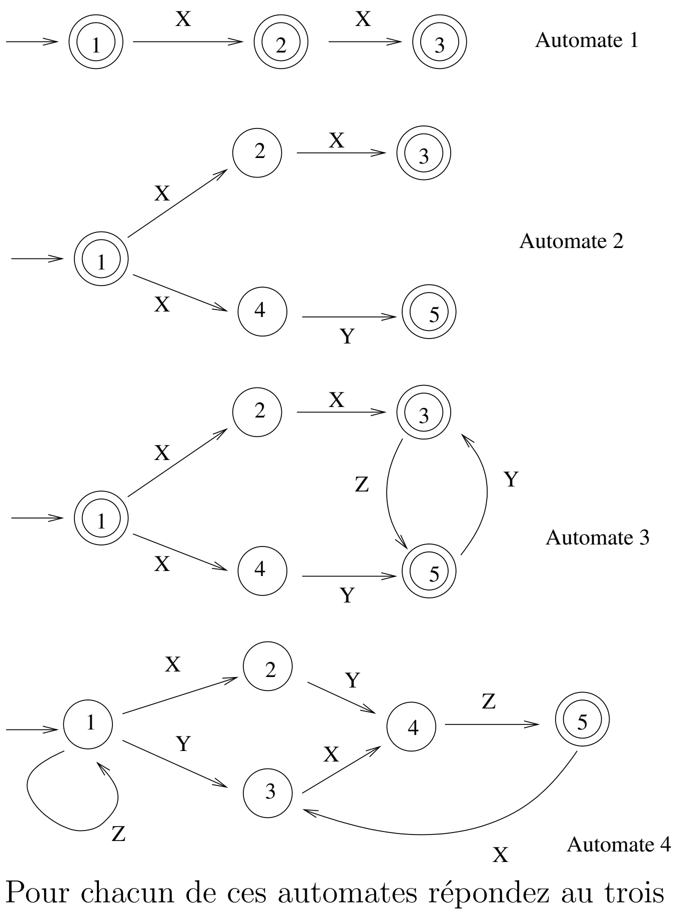
Avril 2009

Durée : 3h

Modalités : Tous documents autorisés.

Exercice 1 : automates et langages

Voici quatre automates.



Pour chacun de ces automates répondez au trois questions :

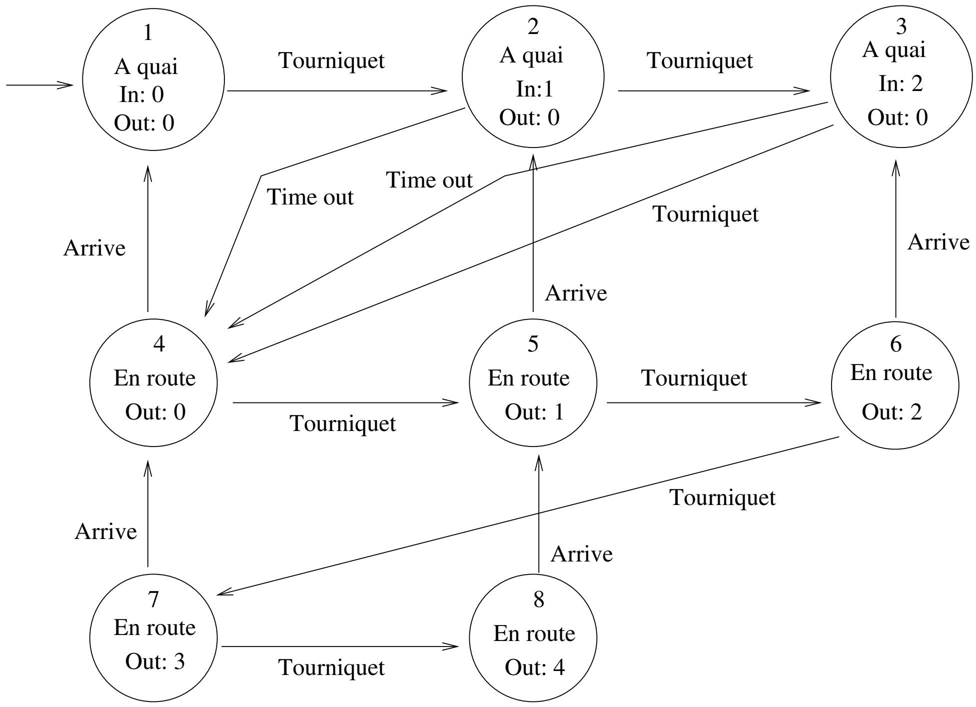
1. l'automate est-il déterministe ?
2. donner le langage qu'il reconnaît au moyen d'une expression régulière.

3. donner le langage qu'il reconnaît sous la forme d'un ensemble de chaînes (pour les langages infinis, vous utiliserez des points de suspensions).

Aucune justification n'est demandée.

Exercice 2 : téléphérique

Un téléphérique peut embarquer trois personnes. L'automate suivant décrit le comportement du système dans la gare de départ du téléphérique. Chaque état est caractérisé par deux ou trois informations : la cabine est à quai dans la gare de départ ou elle est en route (en fait, n'importe où ailleurs que dans la gare de départ, c'est à dire en route ou dans la gare d'arrivée), In donne le nombre de personnes dans la cabine et Out le nombre de personne qui attendent le téléphérique. Les évènements sont : *tourniquet*, qui signale l'arrivée d'une personne dans la gare (elle passe un tourniquet comme dans le métro), *Arrive* signale l'arrivée de la cabine dans la gare, *Time Out* signale la fin de la période d'attente maximum garantie pour un voyageur.



Question 1

1. l'automate est-il déterministe ?
2. quel est la langage reconnu par cet automate ?

Question 2

La spécification comporte une imperfection du côté de la durée maximale d'attente des voyageurs. Quel est le problème ? Comment peut-on le résoudre ?

(Pour proposer la solution au problème, vous pouvez soit donner un automate complet, soit juste les états et transitions à ajouter, en utilisant les numéros des états pour spécifier les transitions)

Question 3

La spécification donnée ne représente pas le cas où plus de quatre personnes attendent en gare.

1. Pourquoi n'est-il pas possible avec un automate fini de représenter un nombre quelconque de personnes en attente ?
2. Quels changements au formalisme faut-il faire pour généraliser la spécification avec un nombre quelconque de personnes en attente ?
3. Donner une spécification avec ce nouveau formalisme.

Exercice 3 : logique des propositions

Parmi les formules suivantes dire lesquelles sont valides,satisfiable,insatisfiable ? (justifier chaque réponse).

1. $\neg(A \Rightarrow A) \Rightarrow (A \wedge \neg A)$
2. $(A \vee \neg A) \Rightarrow (B \wedge \neg B))$
3. $(A \wedge B) \Rightarrow (C \Rightarrow B)$
4. $(B \Rightarrow (\neg B \wedge \neg A))$

Solution

1) valide 2) insatisifiabe 3) valide 4) satisfiable si B faux

Exercice 4 : modélisation

Ma femme a remarqué les faits suivants :

> Si je mange trop et que je maigris c'est que je cours. si je ne mange pas trop alors je ne grossi pas. si je maigris alors je ne grossi pas. Pourtant, je mange trop et je ne grossi pas

Elle en conclu que je cours.

1. Modéliser les faits et son raisonnement en logique de proposition.
2. Son raisonnement est il valide ? justifier la réponse.

Solution

```
H1 MT/\M=>C
H2 ~MT=>~G
H3 M=>~G
H4 MT/\~G


H1=>H2=> H3=>H4=>C

Contre exemple:
MT=1,G=0,M=0,C=1
produit
H1,H2,H3,H4 vrai mais pas la conclusion !
```

Exercice 5 : Déduction naturelle

Démontrer en déduction naturelle (les règles sont données à la fin du sujet) les formules suivantes :

1. $(\neg(A \Rightarrow A)) \Rightarrow A$
2. $(D \Rightarrow (C \wedge B)) \Rightarrow (D \Rightarrow (B \vee C))$

Solution

1. ```
   IntroImp
   ElimNon A=>A
     Axiom

     introImp
     Axiom
   ```
2. ```
   IntroImp
   IntroImp
   introOu1
   ElimEt1 C
   ```

```
ElimImp D
  Axiom
  Axiom
```

Exercice 6 : logique des prédicats et modèles

Soit les formules suivantes :

1. $F1\ :\ \forall x \forall y R(x,y) \Rightarrow R(x,x)$
2. $F1\ :\ \forall x \forall y R(x,y) \Rightarrow R(x,y)$.

1. Donnez deux exemples d'interprétation dont une dans les entiers relatifs qui soit des modèles de $F1$ et $F2$.
2. Donnez un exemple d'interprétation dans les entiers relatifs qui soit un modèle de $F1$ mais pas de $F2$.
3. Donnez un exemple d'interprétation dans les entiers relatifs qui soit un modèle de $F2$ mais pas de $F1$.

Solution

– Dans les entiers en interprétant R par =. ou dans l'algèbre des propositions en interprétant R par ¡=¿.
– Dans les entiers en interprétant R(x,y) par (x modulo y)=0
– Dans les entiers en interprétant R par $\neq$

---

règles de la déduction naturelle

Axiomes

$$\frac{}{\Gamma, \phi \vdash \phi}\ Ax$$

Il y a ensuite deux groupe de règles :

Règles d'introduction **Règles d'élimination**

$$\frac{\Gamma, \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi} \wedge_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \phi} \wedge_{e2} \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} \wedge_{e1}$$

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi} \Rightarrow_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi} \Rightarrow_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i1} \qquad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \vee \psi \quad \Gamma, \phi \vdash \theta \quad \Gamma, \psi \vdash \theta}{\Gamma \vdash \theta} \vee_{e1}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg\phi}{\Gamma \vdash \bot} \bot_i$$

$$\frac{\Gamma, \neg\phi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi} \bot_e$$

Le connecteur $\neg\phi$ est une abréviation pour $\phi \Rightarrow \bot$. Il satisfait donc aussi aux règles suivantes :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \neg\phi} \neg_i \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg\phi}{\Gamma \vdash \psi} \neg_e$$