



Spécification et Modélisation Informatiques (NFP108)



Première session
Février 2010

Durée : 3h

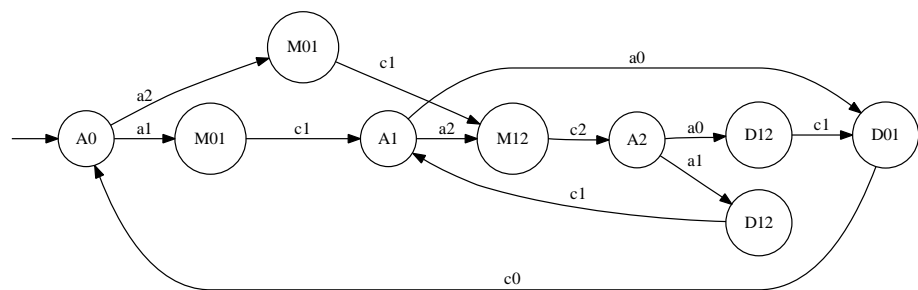
Modalités : Tous documents autorisés.

Exercice 1 : Automate

1. donnez une représentation graphique de l'automate reconnaissant le langage donné par l'expression régulière $ab(c|(cd)^+)$
2. donnez le quintuplet notant formellement l'automate représenté à la question précédente.
3. cet automate est-il déterministe ?
4. si cet automate est déterministe, donnez un automate équivalent non déterministe. S'il est non déterministe, donnez un automate déterministe équivalent.
5. le langage de cet automate est-il fini ?
6. donnez l'ensemble des chaînes de longueur 4 qui appartiennent à ce langage.
7. donnez l'ensemble des chaînes de longueur 5 qui appartiennent à ce langage.

Exercice 2 : monte-charge

Dans cet exercice, on cherche à modéliser un monte-charge qui dessert trois niveaux d'un bâtiment numérotés 0, 1, 2. Les états contiennent deux informations : le mouvement de du monte-charge (arrêt, montant, descendant) et sa position : à un des trois niveaux ou entre deux niveaux. Le mouvement est commandé par un clavier à trois touches situé à chacun des étages. Il permet de demander au monte-charge d'aller à un des niveaux. Au niveau de l'automate ci-dessous, on ne distingue pas de quel clavier vient la demande, on ne prend en compte que l'étage où il est appelé. Cela constitue les trois événements a_0 , a_1 et a_2 où le chiffre donne l'étage demandé. Par ailleurs, lorsque le monte-charge arrive à un niveau où il peut s'arrêter, un capteur déclenche un événement. Ce type d'évènement est noté c_0 , c_1 , c_2 en fonction du niveau où se trouve le monte-charge. Ce monte-charge est sans mémoire : il ne prend pas en compte les nouvelles demandes tant qu'un appel en cours n'est pas terminé.



Question 1

Dans ce schéma, il y a deux états nommés M01 et deux états nommés D12. Complétez ces noms pour ajouter une information pertinente qui les distingue ou donnez un schéma où les deux états de même noms sont fusionnés en un seul état. Argumentez en quelques lignes votre décision.

Question 2

Combien y aurait-il d'états si on gardait la même logique de fonctionnement pour un monte-charge avec 4 niveaux au lieu de 3 ?

Question 3

Y a-t-il des erreurs dans la spécification proposée ? Si oui, expliquez lesquelles. On ne demande pas de les corriger.

Question 4

On veut représenter dans le système l'ouverture des portes. Cette ouverture ne doit s'effectuer que lorsque le monte-charge est arrêté à un niveau. On suppose que tout appel à un étage nécessite l'ouverture des portes pour charger ou décharger l'appareil. Recensez les événements à prendre en compte pour les portes. Modifiez l'automate donné ci-dessus pour prendre en compte la porte.

Question 5

Proposez des modifications pour prendre en compte une sécurité qui immobilise le monte-charge en cas de dépassement du poids maximal.

Exercice 3 : logique des propositions

Parmi les formules suivantes dire lesquelles sont valides, satisfiable, insatisfiable ? (justifier chaque réponse).

1. $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow E \Rightarrow F \Rightarrow A$
2. $A \Rightarrow ((B \wedge A) \vee \neg B)$
3. $B \Rightarrow ((C \wedge \neg B) \Rightarrow \neg C)$
4. $(A \vee \neg A) \Rightarrow A \vee (\neg A \Rightarrow A)$

Solution

Exercice 4 : Dédution naturelle

Montrez en déduction naturelle les formules suivantes. (Les règles sont en annexe).

1. $A \Rightarrow (\neg A \Rightarrow (A \wedge B))$
2. $(P \Rightarrow R) \Rightarrow ((Q \Rightarrow S) \Rightarrow ((P \Rightarrow (R \vee S)) \wedge (Q \Rightarrow (R \vee (R \vee S)))))$

Solution

—
—

Ax

$P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, P, \vdash P \Rightarrow R$

Ax
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, P, \vdash P$

ElimImp
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, P, \vdash R$

IntroOu1
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, P, \vdash R \vee S$

IntroImp
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, \vdash P \Rightarrow (R \vee S)$

Ax
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, Q, \vdash Q \Rightarrow S$

Ax
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, Q, \vdash Q$

ElimImp
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, Q, \vdash S$

IntroOu2
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, Q, \vdash R \vee S$

IntroOu2
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, Q, \vdash R \vee (R \vee S)$

IntroImp
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, \vdash Q \Rightarrow (R \vee (R \vee S))$

IntroEt
 $P \Rightarrow R, Q \Rightarrow S, \vdash (P \Rightarrow (R \vee S)) \wedge (Q \Rightarrow (R \vee (R \vee S)))$

IntroImp
 $P \Rightarrow R, \vdash (Q \Rightarrow S) \Rightarrow ((P \Rightarrow (R \vee S)) \wedge (Q \Rightarrow (R \vee (R \vee S))))$

IntroImp
 $\vdash (P \Rightarrow R) \Rightarrow ((Q \Rightarrow S) \Rightarrow ((P \Rightarrow (R \vee S)) \wedge (Q \Rightarrow (R \vee (R \vee S)))))$

Exercice 5 : modélisation

Ce soir, c'est la fête je reçois "belle maman" et c'est moi qui cuisine. Comme je ne connais pas ses goûts, je crains de ternir nos relations . . . Après enquête auprès des membres de la famille qui s'amuse beaucoup de mon désarroi, j'obtiens les informations suivantes :

1. Si elle déteste le poulet, alors elle aime le porc ou le poisson.
2. Elle a les mêmes goûts pour le porc et le boeuf.
3. Si elle déteste le poisson alors elle aime le porc.
4. Elle déteste le poulet ou le poisson.
5. Si elle aime le poisson et pas le poulet, alors elle aime le boeuf.

Après une longue réflexion je me décide à préparer un saumon à l'oseille, car j'ai conclu :

6. Elle déteste le boeuf et le porc.

Modélisez ce raisonnement en logique des propositions. Est il valide ? (justifier la réponse soit par une preuve soit par un contre exemple !)

Solution

Exercice 6 : logique des prédicats et modèles

Soit les formules suivantes :

1. $\forall x(E(x) \Rightarrow \forall yG(x, y))$
2. $\exists y\forall xG(x, y)$
3. $\forall y\exists xG(x, y)$

Questions

1. Trouvez une interprétation vers les entiers naturels qui soit un modèle des formules 1) 2) 3)
2. Trouvez une interprétation vers les entiers naturels qui soit un modèle des formules 2) et pas de 3)
3. Trouvez une interprétation vers les entiers naturels qui soit un modèle des formules 3) et pas de 2).
4. reprendre les questions 1,2 et 3 en interprétant vers un autre domaine que les entiers.

Solution

règles de la déduction naturelle

Axiomes

$$\frac{}{\Gamma, \phi \vdash \phi} Ax$$

Il y a ensuite deux groupe de règles :

Règles d'introduction

$$\frac{\Gamma, \phi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi} \wedge_i$$

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi} \Rightarrow_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg\phi}{\Gamma \vdash \perp} \perp_i$$

Règles d'élimination

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \phi} \wedge_{e2} \quad \frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} \wedge_{e1}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi} \Rightarrow_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \vee \psi \quad \Gamma, \phi \vdash \theta \quad \Gamma, \psi \vdash \theta}{\Gamma \vdash \theta} \vee_{e1}$$

$$\frac{\Gamma, \neg\phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \phi} \perp_e$$

Le connecteur $\neg\phi$ est une abréviation pour $\phi \Rightarrow \perp$. Il satisfait donc aussi aux règles suivantes :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg\phi} \neg_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg\phi}{\Gamma \vdash \psi} \neg_e$$