

Année universitaire 2020-2021

## **Sujet UE NFP108: Spécification et Modélisation Informatiques**

Examen première session : 02/2021

Responsable : P. Courtieu – O. Pons

Durée : environ 2h30

### **Consignes**

Tous les documents sont autorisés.

Sujet de 4 pages, celle-ci comprise.

Devoir à la maison – Une semaine de délai

→ Vérifiez que vous disposez de la totalité des pages du sujet en début d'épreuve et signalez tout problème de reprographie le cas échéant.

Durée et barème donnés à titre indicatif. L'examen est à effectuer à la maison. La date de rendu est précisée sur le site de l'UE. Le rendu s'effectue par mail. Le document rendu contiendra les réponses aux questions en attachement au mail, soit dans un document texte dédié soit directement sur le pdf du présent sujet.

## 1 Logique des propositions (4pts)

### Exercice 1

Le chef de cabinet a noté les faits suivants :

- a. si on a moins de monde en production, alors les profits augmentent ;
- b. si on licencie alors il y a moins de monde en production ;
- c. on licencie et les profits diminuent.

#### Question 1.1

Modéliser ce rapport en logique des propositions (on n'utilisera que 3 variables).

#### Question 1.2

Montrer que cet ensemble d'hypothèses est infalsifiable

#### Question 1.3

Montrer en déduction naturelle que l'on peut déduire de ces observations que «ce chef est un clown» puisqu'on peut également en déduire que «je serai élu président en 2022».

## Déduction Naturelle en Logique des propositions (6pts)

### Exercice 2

Montrez en Déduction Naturelle :

#### Question 2.1

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow (C \Rightarrow (A \wedge (B \wedge C))))$$

#### Question 2.2

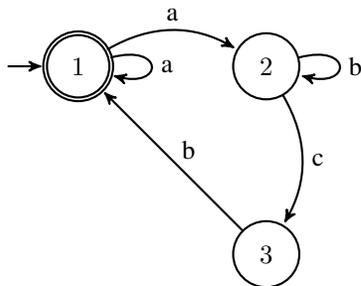
$$(A \wedge B) \Rightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

#### Question 2.3

$$\neg A \Rightarrow (((B \Rightarrow A) \wedge B) \Rightarrow C)$$

## Automates (5pts)

### Exercice 3 Question de cours



### Question 3.1

Pour l'automate de la figure ci-dessus :

- Donnez le 5-uplet notant formellement cet automate.
- Cet automate est-il déterministe ? Justifiez votre réponse.
- Le langage de cet automate est-il fini ? Justifiez votre réponse.
- Le langage de cet automate est-il régulier ? Justifiez votre réponse.
- le mot vide  $\epsilon$  fait-il parti du langage de cet automate ?
- donnez deux chaînes appartenant au langage de cet automate.
- donnez une expression régulière définissant le même langage que cet automate.

## Annotation de programme

On annote un programme écrit en java. `t.length` désigne la longueur du tableau (le nombre de cases). La première case d'un tableau a le numéro 0 et la dernière le numéro `t.length - 1`. Par ailleurs `requires` spécifie une pré-condition, `ensures` spécifie une post-condition. Ces deux annotations, ainsi que les `variants` et `invariant` de boucles, sont des formules logiques sur les variables du programme. Par exemple :  $\forall 12 < i < t.length, t[i] > 23$ .

### Exercice 4 Parcours de tableau (5pts)

Le but de la fonction ci-dessous est de déterminer si le tableaux `t` (de taille `t.length` ne contient que des valeurs égales à 0. On démarre une boucle après avoir positionné une variable booléenne (`res`) à `true`. La boucle parcourt les indices du tableau et fait basculer cette variable à `false` si on observe une case non nulle.

```
// Require: t != null
// ensures:

public static boolean verifieZero (int t []){
    int i= 0;
    boolean res=true;
    while(i< t.length){
        // variant:
        // invariant:

        if(t[i] != 0) { // si la case ne conteient pas zéro on bascule le booléen
            res = false;
        }
        i = i + 1;
    }
    return res;
}
```

### Question 4.1

Spécifier la fonction en précisant la post-condition (`ensures`).

### Question 4.2

Proposez un variant pour la boucle `while`.

### Question 4.3

Proposez un invariant de la boucle `while` suffisant pour impliquer le bon fonctionnement de cette fonction.

## Appendice : Règles de la déduction naturelle

$FV(\Phi)$  désigne l'ensemble des variables libres dans la formule  $\Phi$

### Axiomes

$$\frac{}{\Gamma, \phi \vdash \phi} Ax$$

### Règles d'introduction

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi} \wedge_i$$

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi} \Rightarrow_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg \phi}{\Gamma \vdash \perp} \perp_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad x \notin FV(\Gamma)}{\Gamma \vdash \forall x \phi} \forall_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi[x := t]}{\Gamma \vdash \exists x \phi} \exists_i$$

$\neg \phi$  est une abréviation pour  $\phi \Rightarrow \perp$ . on donne donc aussi les règles suivantes :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg \phi}{\Gamma \vdash \psi} \neg_e$$

### Règles d'élimination

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \phi} \wedge_{e1} \quad \frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} \wedge_{e2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi} \Rightarrow_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \vee \psi \quad \Gamma, \phi \vdash \theta \quad \Gamma, \psi \vdash \theta}{\Gamma \vdash \theta} \vee_{e1}$$

$$\frac{\Gamma, \neg \phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \phi} \perp_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \forall x \phi}{\Gamma \vdash \phi[x := t]} \forall_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \exists x \phi \quad \Gamma, \phi \vdash \psi \quad x \notin (FV(\Gamma) \cup FV(\phi))}{\Gamma \vdash \psi} \exists_e$$

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg \phi} \neg_i$$