

Spécification et Modélisation Informatiques

NFP108

deuxième session 2014

Durée : 3h

Modalités : Tous documents autorisés.

Exercice 1 : expression régulière

- Ecrivez le graphe d'un automate fini qui reconnaît le même langage que l'expression régulière $(p|q|r)(p|q)(q|r)(p|r)^+$.
- Donnez la notation algébrique de l'automate au moyen d'un quintuplet.
- Cet automate est-il déterministe ? Justifiez brièvement votre réponse.
- Donnez trois chaînes du langage de cet automate.
- Montrez que pqr n'appartient pas au langage de cet automate.

Exercice 2 : transducteurs finis

question 1

On veut utiliser un codage des éléments de l'ensemble de symboles $\{A, B, C, D\}$ au moyen de nombres binaires (suites non vides de 0 et de 1).

- combien de chiffres binaires faut-il au minimum pour coder ces éléments ?
- écrivez un transducteur qui réalise le codage.

question 2

Pour ajouter une unité à un nombre binaire, il faut implémenter l'algorithme suivant :

1. changer toute séquence de 1 située à droite du nombre en une séquence de 0 de même longueur.
2. changer le premier 0 du nombre (le 0 le plus à droite) en 1.
3. s'il n'y a pas de 0 dans le nombre, ajouter 1 à gauche.

Par exemple $1001011+1=1001100$.

La séquence 11 à droite est transformée en 00 et le premier 0 du nombre est transformé en 1.

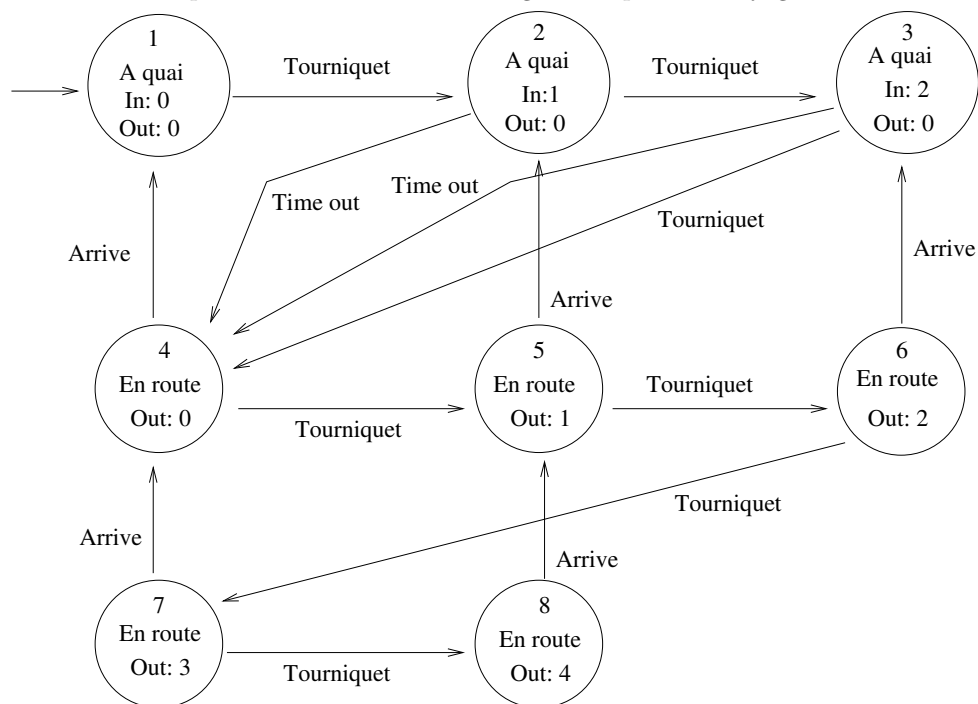
Ecrivez un transducteur qui code cette opération, c'est à dire qui ajoute 1 à un nombre binaire.

question 3

1. Quel transducteur manque-t-il après les deux premières questions pour calculer le successeur d'un élément dans l'ensemble $\{A, B, C, D\}$ au moyen de trois transducteurs appliqués successivement ?
2. Comment pourrait-on construire facilement cet élément manquant ?
3. Est-ce une bonne idée de réaliser un codage en nombre binaires pour calculer le successeur dans un ensemble de lettres ?

Exercice 3 : téléphérique

Un téléphérique peut embarquer trois personnes. L'automate suivant décrit le comportement du système dans la gare de départ du téléphérique. Chaque état est caractérisé par deux ou trois informations : la cabine est à quai dans la gare de départ ou elle est en route (en fait, n'importe où ailleurs que dans la gare de départ, c'est à dire en route ou dans la gare d'arrivée), In donne le nombre de personnes dans la cabine et Out le nombre de personne qui attendent le téléphérique. Les événements sont : *tourniquet*, qui signale l'arrivée d'une personne dans la gare (elle passe un tourniquet comme dans le métro), *Arrive* signale l'arrivée de la cabine dans la gare, *Time Out* signale la fin de la période d'attente maximum garantie pour un voyageur.



Question 1

Il y a des erreurs dans cette spécification. Expliquez ces erreurs et proposez une correction pour chaque erreur.

Question 2

Proposez une spécification pour un téléphérique qui peut prendre deux personnes, pour lequel il y a deux personnes au plus en attente, et qui transporte des gens dans les deux sens, c'est-à-dire de bas en haut et de haut en bas.

Il y a deux gares à prendre en compte (en haut et en bas). On suppose que chacune a une file d'attente qui peut comprendre jusqu'à deux personnes.

Exercice 4 : modélisation

Si l'hiver est froid ou que la maison d'Albert est mal isolée, la chaudière d'Albert consomme beaucoup de fuel. Si la chaudière consomme beaucoup de fuel et que le fuel est cher, Albert n'est pas riche. Si la maison d'Albert est ancienne, elle n'est pas bien isolée. L'hiver est doux ou le fuel est cher. Jean dit à Albert : ta maison est ancienne ou tu es riche.

1. modéliser les faits en logique des propositions

2. modéliser le raisonnement de Jean.
3. son raisonnement est-il valide? Justifiez votre réponse.

Exercice 5 : déduction naturelle

Montrer en déduction naturelle que :

$$(p \wedge r \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg(p \wedge r))$$

Les règles sont rappelées à la fin de l'énoncé.

Exercice 6 : logique des propositions

On donne les formules $F1$ et $F2$ suivantes :

1. $F1 = ((A \vee B) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$
2. $F2 = (A \Rightarrow (B \Rightarrow A)) \Rightarrow (B \Rightarrow C)$

Pour chacune de ces deux formules, dire si elle est valide, satisfiable, insatisfiable.

Exercice 7 : logique des prédicats

Soient les formules suivantes :

1. $F1 = \forall x(E(o(x, e), x) \wedge E(o(e, x), x))$
2. $F2 = \forall x(E(o(i(x), x), e) \wedge E(o(x, i(x)), e))$
3. $F3 = \forall x \forall y \forall z E(o(x, o(y, z)), o(o(x, y), z))$

où e est une constante, i un symbole de fonction unaire, o un symbole de fonction binaire et E un symbole de prédicat binaire. Proposez deux interprétations (de domaines différents) qui soient des modèles de ces 3 formules. Proposez une interprétation qui soit un modèle de $F1$ et $F3$ mais pas de $F2$.

règles de la déduction naturelle

Axiomes

$$\frac{}{\Gamma, \phi \vdash \phi} Ax$$

Il y a ensuite deux groupes de règles :

Règles d'introduction

$$\frac{\Gamma, \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi} \wedge_i$$

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi} \Rightarrow_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash \phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg \phi}{\Gamma \vdash \perp} \perp_i$$

Règles d'élimination

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \phi} \wedge_{e2} \quad \frac{\Gamma \vdash \phi \wedge \psi}{\Gamma \vdash \psi} \wedge_{e1}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \Rightarrow \psi \quad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi} \Rightarrow_e$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \vee \psi \quad \Gamma, \phi \vdash \theta \quad \Gamma, \psi \vdash \theta}{\Gamma \vdash \theta} \vee_{e1}$$

$$\frac{\Gamma, \neg \phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \phi} \perp_e$$

Le connecteur $\neg \phi$ est une abréviation pour $\phi \Rightarrow \perp$. Il satisfait donc aussi aux règles suivantes :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg \phi} \neg_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \quad \Gamma \vdash \neg \phi}{\Gamma \vdash \psi} \neg_e$$