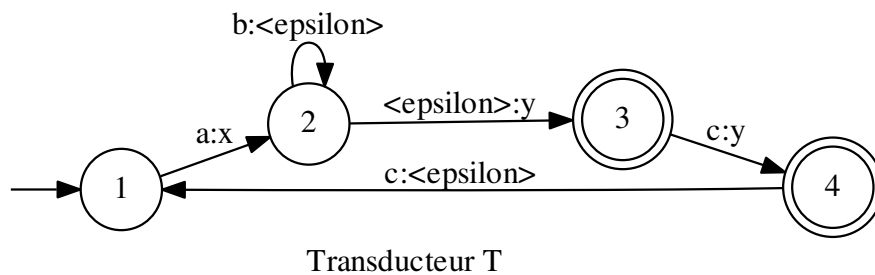


# NFP 108: feuille d'exercices sur les transducteurs

F. Barthélemy

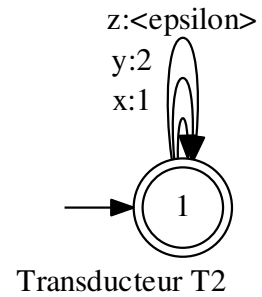
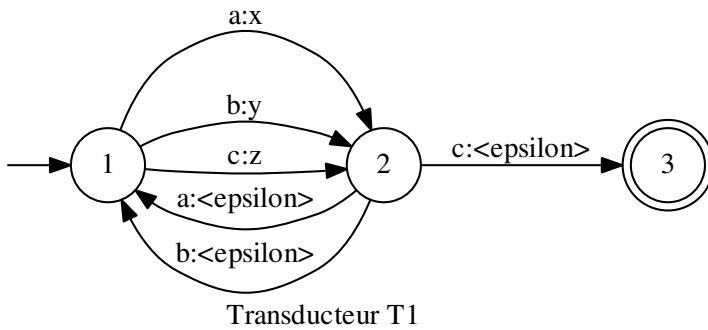
17 janvier 2018

## Exercice 1 : exercice d'échauffement



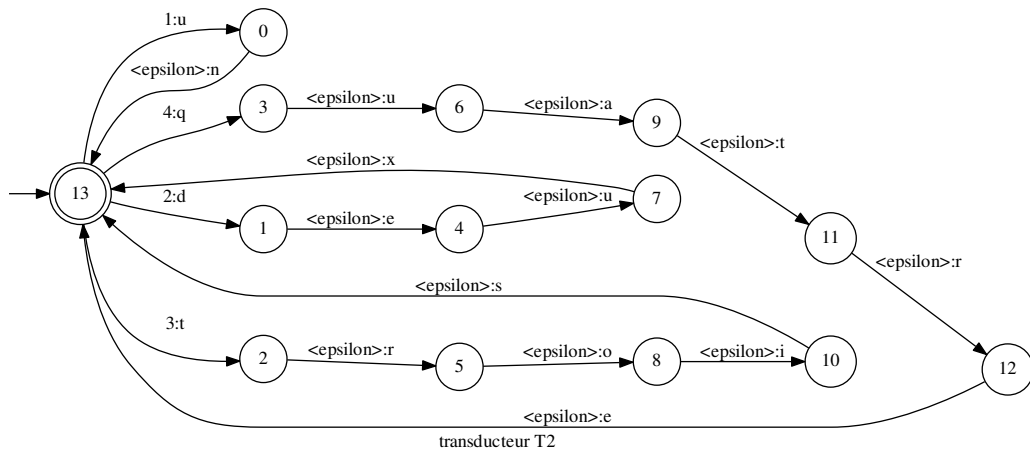
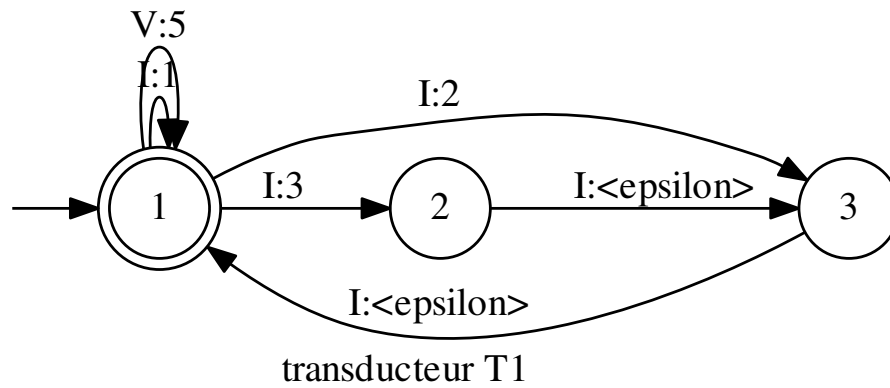
1. donnez le sextuplet notant ce transducteur.
2. donnez trois paires appartenant à la relation régulière définie par ce transducteur.
3. quelle est la traduction des chaînes suivantes par le transducteur :
  - ac
  - abbc
  - abb
  - acc
4. donnez une expression régulière définissant la même relation que ce transducteur.

## Exercice 2 : exercice de révision de cours



1. Donnez le 6-uplet définissant le transducteur T1 donné ci-dessus.
2. Dessinez la projection sur l'entrée de T1 ( $\pi_1(R(T1))$ )
3. Donnez le 5-uplet notant la projection sur la sortie de T1 ( $\pi_2(R(T1))$ )
4. Dessinez le transducteur résultat de la sélection de T1 sur le langage  $\{abc,aaa,bbc\}$  (un transducteur définissant  $\sigma_{\{ac,aaa,bbcc\}}(T1)$ )
5. Dessinez un transducteur résultat de la composition de T1 et T2 (un transducteur définissant  $T1 \circ T2$ ).
6. Dessinez un transducteur définissant le produit cartésien de  $\{aa,ba,bb\}$  avec  $\{x,xy\}$  (un transducteur définissant  $\{aa,ba,bb\} \times \{x,xy\}$ )

### Exercice 3 : chiffres romains



- Quelle sont les traductions par le transducteur T1 des chaînes I, V et II ?
- Quelles sont les traductions des mêmes chaînes si l'on applique successivement les deux transducteurs T1 et T2 ?
- Comment écrit-on les traductions des deux questions précédentes au moyen d'une expression régulière ?
- Donnez une représentation graphique de la composition des deux transducteurs (T1@T2).
- Donnez une expression régulière équivalente au transducteur T1.

## Exercice 4 : espaces (trim)

- Ecrivez une expression régulière spécifiant un transducteur qui élimine les espaces situés en début de chaîne.
- Ecrivez une expression régulière spécifiant un transducteur qui élimine les espaces situés en fin de chaîne.
- Ecrivez une expression régulière spécifiant un transducteur qui remplace toute chaîne de plusieurs espaces par un unique espace dans une chaîne donnée.
- Ecrivez une expression régulière qui réalise les trois opérations précédentes : élimination des espaces en début et fin de chaîne et qui remplace les séquences d'espaces par un seul espace dans les autres positions de la chaîne.

## Exercice 5 : transducteurs et divisibilité

### Question 1 : ensembles

1. donnez l'alphabet des chiffres
2. donnez un alphabet permettant de représenter les booléens
3. donnez une expression régulière représentant l'ensemble des nombres entiers positifs ou nul.

### Question 2 : test de divisibilité

1. Donnez un transducteur ou une expression régulière qui permet de tester si un nombre est pair. En entrée il y a un nombre entier positif ou nul et en sortie un booléen disant si oui ou non le nombre est pair.
2. Donnez un transducteur ou une expression régulière qui permet de tester si un nombre est divisible par 4. En entrée il y a un nombre entier positif ou nul et en sortie un booléen disant si oui ou non le nombre est divisible par 4. La règle pour déterminer si un nombre est divisible par 4 est la suivante : un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4. Vous n'oublierez pas le cas où le nombre n'a qu'un seul chiffre.

### Question 3 : application du transducteur

1. Comment noter l'application du transducteur testant la divisibilité par 4 au nombre 314 ?
2. Quel est le résultat de cette application ?
3. Quel est le résultat de l'application du transducteur au langage  $\{111,8933\}$  ?
4. Quel est le résultat de l'application du transducteur au langage  $\{112,8933\}$  ?

## Exercice 6 : nombres à 3 chiffres

### Question 1 : automates

1. Donnez un alphabet des chiffres
2. En utilisant cet alphabet, écrivez une expression régulière ou un automate qui définit l'ensemble des nombres entiers naturels.
3. Écrivez une expression régulière ou un automate qui définit l'ensemble des nombres entiers naturels ayant 3 chiffres.
4. Écrivez une expression régulière ou un automate qui définit l'ensemble des nombres entiers naturels ayant 3 chiffres ou moins de chiffres.

### Question 2 : transducteurs

1. écrivez un transducteur  $T_1$  qui traduit n'importe quel nombre de trois chiffres en n'importe quel nombre de trois chiffre (un autre nombre ou le même).
2. écrivez un transducteur  $T_2$  qui transcrit n'importe quel nombre de trois chiffres en lui-même.

Vous pouvez donner un forme graphique, une expression régulière ou du code OpenGrm.

### Question 3 : application de transducteurs

1. Donnez une notation de l'application du transducteur  $T_1$  de la question 2 au nombre 387 sous forme d'une expression régulière.
2. Quel est le résultat de cette application ?
3. Quel est le résultat de l'application de  $T_2$  à  $\{387,56\}$  ?

## Exercice 7 : protocole web

Le but de l'exercice est de modéliser le comportement dynamique d'un serveur web à accès contrôlé. Ce serveur utilise un mécanisme de session. Avant d'accéder aux pages, il faut donner son identifiant et son mot de passe. Le client (navigateur) peut effectuer une demande de page (requête GET) ou un demande d'accès avec envoi de l'identifiant et du mot de passe (requête POST). Le serveur répond en renvoyant une des trois réponse : OK, si la requête est satisfaite, REFUSE si la demande d'accès echoue (par exemple si le mot de passe est faux), LOGIN s'il demande à l'utilisateur de s'identifier. Par ailleurs, la session ne dure qu'un certain temps  $\tau$  limité. Au-delà de ce temps, l'utilisateur doit se reconnecter en donnant à nouveau son mot de passe et son identifiant. La fin de session sera représentée par un évènement appelé TIMEOUT.

Donnez un transducteur fini définissant de façon réaliste le fonctionnement de ce serveur. Les transitions de ce transducteur seront étiquetées par les requêtes, réponses et évènements : GET,

POST, OK, REFUSE, LOGIN, TIMEOUT. Vous pouvez si vous le souhaitez compléter le modèle proposé avec d'autres requêtes et réponses ainsi que des comportements supplémentaires.

Vous donnerez le transducteur sous forme d'un graphe. Vous préciserez éventuellement les hypothèses que vous faites et qui n'apparaissent pas dans l'énoncé.

## Exercice 8 : addition binaire

On veut écrire l'addition de deux nombres binaires de 8 bits au moyen d'une série de transducteurs finis. Tout d'abord, on va essayer d'aligner les chiffres de même rang en intercalant un chiffre binaire quelconque après chaque chiffre du premier nombre et avant chaque chiffre du second nombre. Cela se fera au moyen de deux transducteurs.

Les deux résultats de l'exécution canonique des deux transducteurs sur deux nombres seront fusionnés au moyen d'une intersection.

On va additionner chiffre par chiffre en tenant compte éventuellement d'une retenue, ce qui signifie qu'il faut opérer de droite à gauche. Pour ce faire, on va noter une position qui sépare les chiffres déjà additionnés (à droite de cette position) de ceux qui restent à additionner (à gauche de la position). Il y aura deux symboles différents pour noter la position selon qu'une retenue est positionnée ou non.

Il faut deux transducteurs : un qui initialise le processus en introduisant le symbole de position sans retenue à droite de la chaîne obtenue à l'étape d'intercalation des chiffres. Un autre qui additionne deux chiffres et une éventuelle retenue. Ce dernier transducteur sera appliqué huit fois pour additionner la totalité des deux nombres. Un dernier transducteur éliminera la marque une fois celle-ci arrivée complètement à gauche des huit chiffres.

1. écrire les deux transducteurs pour intercaler les chiffres.
2. écrire les deux transducteurs pour l'addition
3. écrire le transducteur de suppression de la marque de position
4. est-il possible de calculer un transducteur qui additionne deux chiffres successifs en faisant la composition de deux transducteurs ?
5. est-il possible de calculer un transducteur faisant toute l'addition des huit chiffres en faisant la composition de huit transducteurs ?

## Exercice 9 : pluriel des noms en français

Nous allons écrire un transducteur qui transforme un nom au singulier en un nom au pluriel, en simplifiant les règles de la langue française qui sont un peu trop compliquées. Nous allons supposer que le pluriel d'un nom ne dépend que de la terminaison du mot en suivant le tableau suivant :

singulier	pluriel
-eu	-eux
-au	-aux
-eau	-eaux
-s	-s
-x	-x
-z	-z
-al	-aux
-ail	-aux
autres cas	ajout d'un s

Ces règles ne sont pas tout à fait exactes car il y a des exceptions pour plusieurs d'entre elles et pour les singuliers en -ail, il y a deux terminaisons en -aux et en -ails.

### Question 1

Ecrire une expression régulière étendue décrivant une relation régulière dont chaque couple est formé d'un candidat nom au singulier et le même nom au pluriel. Le candidat nom sera n'importe quelle suite de lettres, on ne se limite pas aux mots du français.

### Question 2

On suppose qu'on dispose d'un lexique de tous les noms du français que l'on a décrit au moyen d'une expression régulière appelée `lexique`.

- quel calcul faut-il réaliser pour avoir une relation qui contient chaque nom du lexique associé à son pluriel ?
- si l'on compile les expressions régulières pour obtenir des transducteurs finis, quel sera le transducteur le plus gros, celui qui ne contient que les mots français ou celui qui contient toutes les chaînes de caractères ?

### Question 3

Quelles opérations faut-il réaliser pour calculer avec ces expressions régulières (ou ces transducteurs) le pluriel du mot `travail` ?

### Question 4

Quelles opérations faut-il réaliser pour calculer avec ces expressions régulières (ou ces transducteurs) le singulier du mot `marteaux`. Quels sont les résultats de ce calcul avec les deux transducteurs (toutes chaînes ou mots du français) ?

## Question 5

Ecrivez les expressions régulières et calculs des questions précédentes en Openfst et Open-  
grm.