

## 1 Tâches préemptives indépendantes - algorithme de McNaughton

On considère un ensemble de 7 tâches morcelables de durées  $p_1 = 5, p_2 = 3, p_3 = 2, p_4 = 6, p_5 = 3, p_6 = 2, p_7 = 1$ .

**Question 1** Déterminer, à l'aide de l'algorithme de McNaughton, un ordonnancement optimal de ces tâches sur 4 machines

**Question 2** Déterminer, à l'aide de l'algorithme de McNaughton, un ordonnancement optimal de ces tâches sur 3 machines

## 2 Flow-shop sur 2 machines - algorithme de Johnson

On considère un ensemble de 8 travaux constitués chacun de deux tâches  $a$  et  $b$ . La tâche  $a$  de chaque travail s'exécute sur une machine 1, la tâche  $b$  sur une machine 2. La tâche  $a$  de chaque travail précède la tâche  $b$ . On note  $a_i$  la durée d'exécution de la tâche  $a$  du travail  $i$  et  $b_i$  la durée d'exécution de la tâche  $b$  du travail  $i$ .

Les durées des tâches sont les suivantes :  $a_1 = 3, b_1 = 4, a_2 = 2, b_2 = 4, a_3 = 2, b_3 = 2, a_4 = 4, b_4 = 3, a_5 = 5, b_5 = 1, a_6 = 3, b_6 = 3, a_7 = 1, b_7 = 4, a_8 = 2, b_8 = 3$ .

**Question 3** Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Johnson, un ordonnancement de durée minimale pour ces 8 travaux

## 3 Tâches unitaires sur 1 machine

Soit  $I = \{1, \dots, n\}$  un ensemble de tâches unitaires devant s'exécuter sur 1 machine. A chaque tâche  $i$  sont associés une date d'échéance  $d_i$  et un poids  $w_i$ . Une tâche  $i$  est dite en retard si sa date de fin d'exécution est supérieure à sa date d'échéance ( $t_i + 1 > d_i$ ). Si une tâche  $i$  est en retard, un coût  $w_i$  est à payer, si  $i$  est en avance ( $t_i + 1 \leq d_i$ ) aucun coût n'est à payer. L'objectif est de déterminer un ordonnancement de coût minimal, c'est-à-dire minimiser la somme des coûts des tâches en retard.

**Question 4** Montrer qu'il existe un ordonnancement optimal tel que la machine n'a pas de période d'inactivité

Nous considérons l'algorithme glouton suivant pour calculer un ordonnancement : les tâches sont d'abord triées de sorte que  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n$ . Pour la tâche  $i, i$  variant de 1 à  $n$ , on détermine, si elle existe, la dernière période libre de la machine telle que  $i$  ne soit pas en retard. Si cette période existe alors  $i$  est affectée à cette période, sinon  $i$  est affectée à la dernière période libre de la machine.