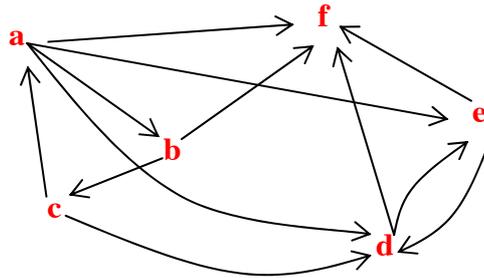


Thème : Les Graphes

Exercice V.1

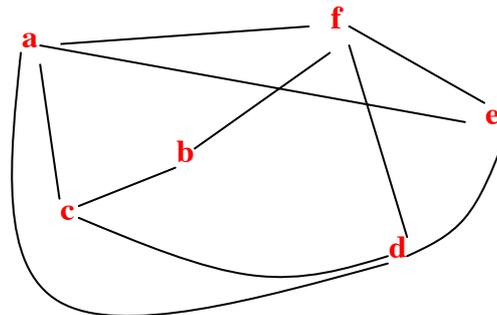
Question 1 Soit le graphe $G=(X,U)$ suivant:



- a. chemin de trois arcs : (a,b,c,d) ou $[(a,b),(b,c),(c,d)]$
- b. circuit : (a,b,c,a) ou $[(a,b),(b,c),(c,a)]$
- c. chemin hamiltonien : (a,b,c,d,e,f) . Remarque : il n'y a pas de circuit hamiltonien.
- d. Ensemble des successeurs de a : $G(a) = \{b,e,f,d\}$
- e. Ensemble des prédecesseurs de f : $G^{-1}(f) = \{a,b,d,e\}$

Question 2 Soit $G'=(X,U')$ le graphe partiel de G tel que $U'=U-\{(d,e),(a,b)\}$

Voici G' (sans considérer l'orientation des arcs)



Remarque : on peut dessiner G' sans que deux arêtes ne se croisent, G' est planaire.

Donner dans G':

- f) un cycle hamiltonien : $a e f b c d a$
- g) le degré de d et de a : $\text{degré}(d)= 4, \text{degré}(a)= 4$
- h) une chaîne de 3 arêtes : $(c,b), (b,f) (f,e)$

Question 3

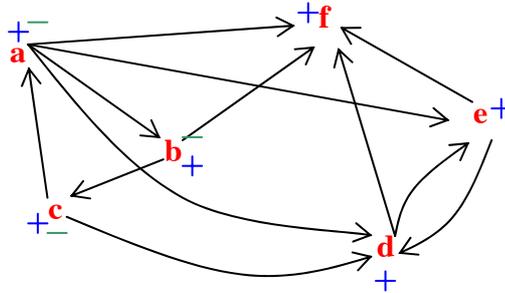
Donner les composantes connexes et fortement connexes de G.

G est connexe. Il a donc une seule composante connexe : l'ensemble de tous ses sommets.

Nous allons d'abord trouver la composante fortement connexe qui contient le sommet a.

Rappel de l'algorithme :

- marquer par + et - le sommet a
- marquer par + chaque successeur non marqué + d'un sommet marqué +
- marquer par - chaque prédécesseur non marqué - d'un sommet marqué -
- quand on ne peut plus marquer, les sommets marqués + et - constituent la composante fortement connexe contenant a



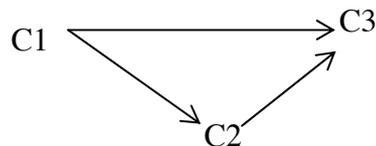
La composante fortement connexe qui contient a est $C1 = \{a, b, c\}$.

On retire les sommets a, b et c et les arcs qui leur sont adjacents, puis on recommence par exemple avec le sommet d.

On trouve que la composante fortement connexe qui contient d est $C2 = \{d, e\}$. On retire ces sommets.

Il n'y a plus que le sommet f. Ainsi, la troisième composante fortement connexe est $C3 = \{f\}$.

Voici le graphe réduit de G :



Rappel : on met un arc allant d'une composante A vers une composante B ssi, dans le graphe de départ, il existe un arc allant d'un sommet de A vers un sommet de B.

Question : quel est le nombre de composantes fortement connexes du graphe réduit ?