

Département Informatique, CNAM  
RSX206 - Conception d'Applications Multimédia  
2007

# Animatique 1

P. Cubaud

plan de l'exposé :

1. Introduction
2. Trajectoire d'un objet isolé
3. Environnement : collision, contraintes
4. Structures articulées
5. Déformation d'objets

# **1. Introduction**

## **Utilisation de l'ordinateur dans l'animation :**

- dans la création des dessins (images clés)
  - numérisation des images-clé
  - création avec un logiciel de dessin
  - objets complexes synthétisés par programme
- dans la création du mouvement
  - calcul des images intermédiaires
  - calcul des déplacements
- dans le coloriage
  - dessin assisté
  - synthèse d'image
- dans la prise de vue
  - caméra pilotée par ordinateur
  - caméra synthétique
- en post-production (synchronisation image-son, etc.)

## **Différents niveaux d'intervention de l'ordinateur :**

N1) éditeurs graphiques sans prise en compte du temps :  
pour les designers

N2) calcul des images intermédiaires et déplacement d'objets  
sur une trajectoire : pour les dessinateurs (et les remplacer ?)

N3) gestion des objets de la scène : translation, rotation +  
caméra virtuelle(zoom, pan, tilt)

N4) définition d'acteurs : objets possédant une capacité de gestion  
de leur animation. Gestion de contraintes entre acteurs

N5) les acteurs deviennent extensibles et apprennent

## **On s'intéresse ici aux N3 et N4**

*animation* : spécification et génération de mouvement sur des objets graphiques (3D)

on ne traite pas l'animation assistée par ordinateur

on ne présentera pas les systèmes existant (exposé à venir)

une revue des premiers systèmes dans [THA] chap. 4

une première classification [PAR] :

- tech. bas niveau : l'animateur exerce un contrôle fort
- tech haut niveau : contrôle faible, les algos à la place
- des cas particuliers importants : les gaz, la vie, l'humain

## Difficulté du sujet :

pressed, and 0 otherwise. The parameter  $\text{ROTSPEED}$  is a constant, left, 0 if both (or none) are pressed, and 1 if right is pressed. The mathematical expression will act as a modifier to the first part of the physics tells us that

$$\text{Velocity} = \text{Space} / \text{Time}$$

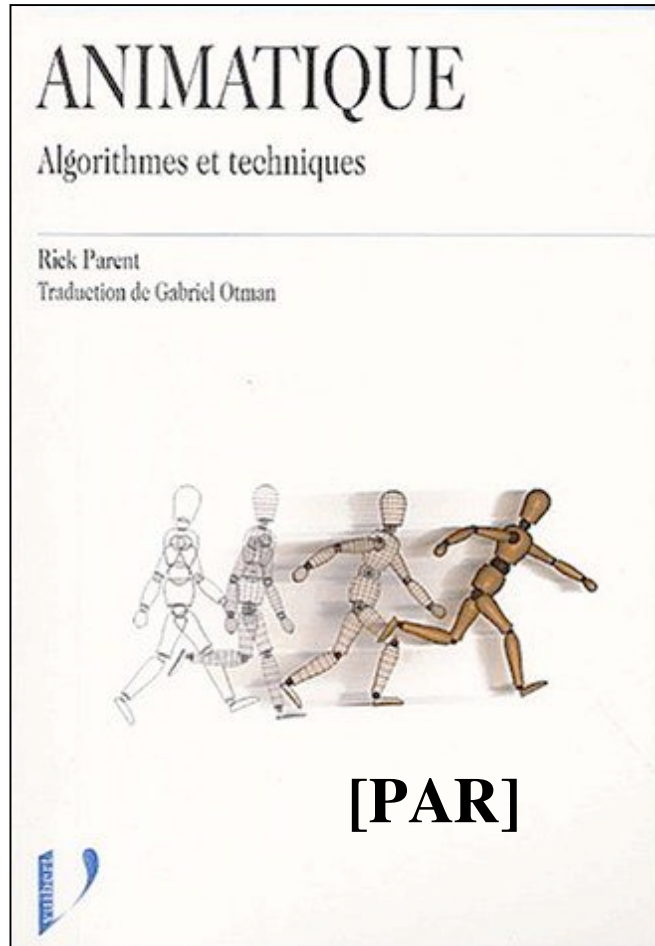
Then, solving for Space we get

$$\text{Space} = \text{Velocity} * \text{Time}$$

which is fundamentally what we are doing here (albeit in an a multiplying a constant  $\text{ROTSPEED}$  (which will determine how

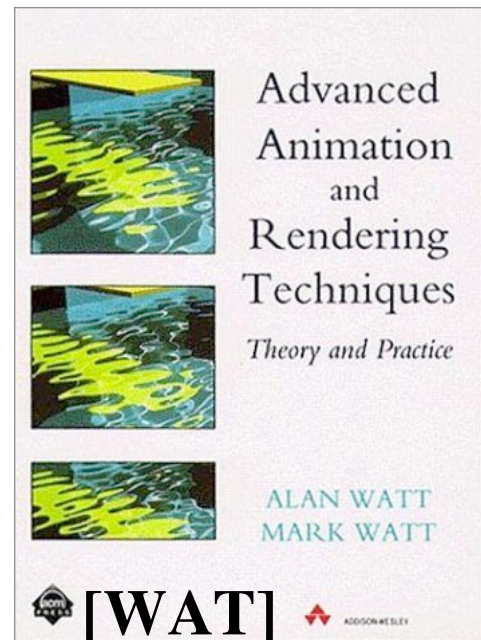
- à la frontière de nombreuses disciplines (mécanique, physique, biophysique, robotique ...)
- en informatique :
  - calcul numérique, RO, IA, simulation, syst. répartis...
- phénomène complexe => simulateur complexe
- => méthode de développement sophistiquée

# Bibliographie

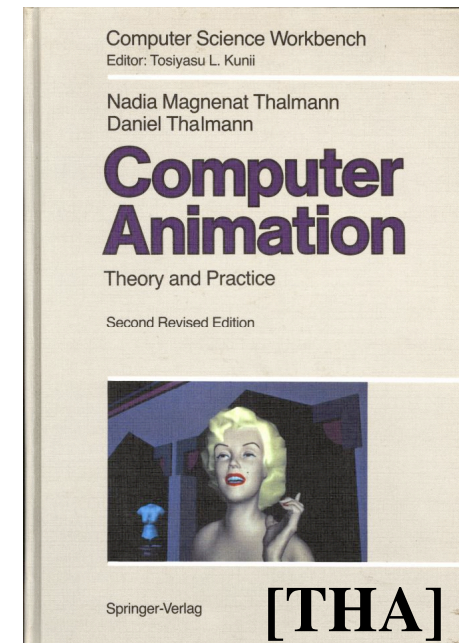


**[PAR]**

trad. en 2003, 45 euros env.

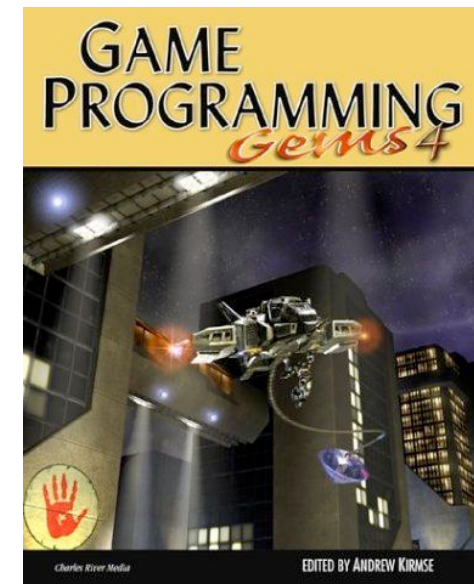
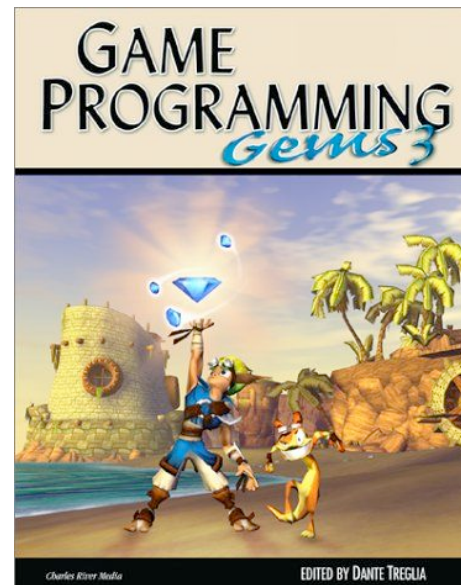
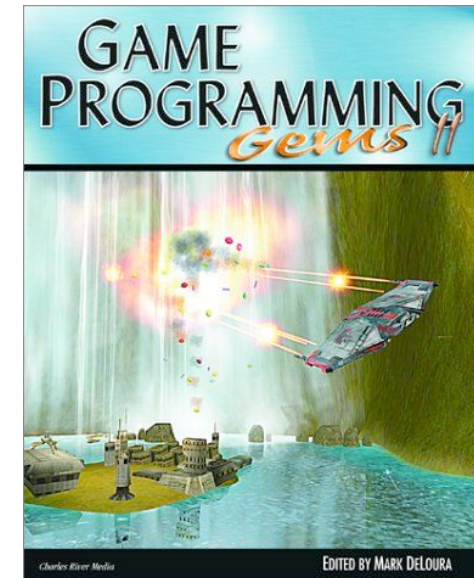
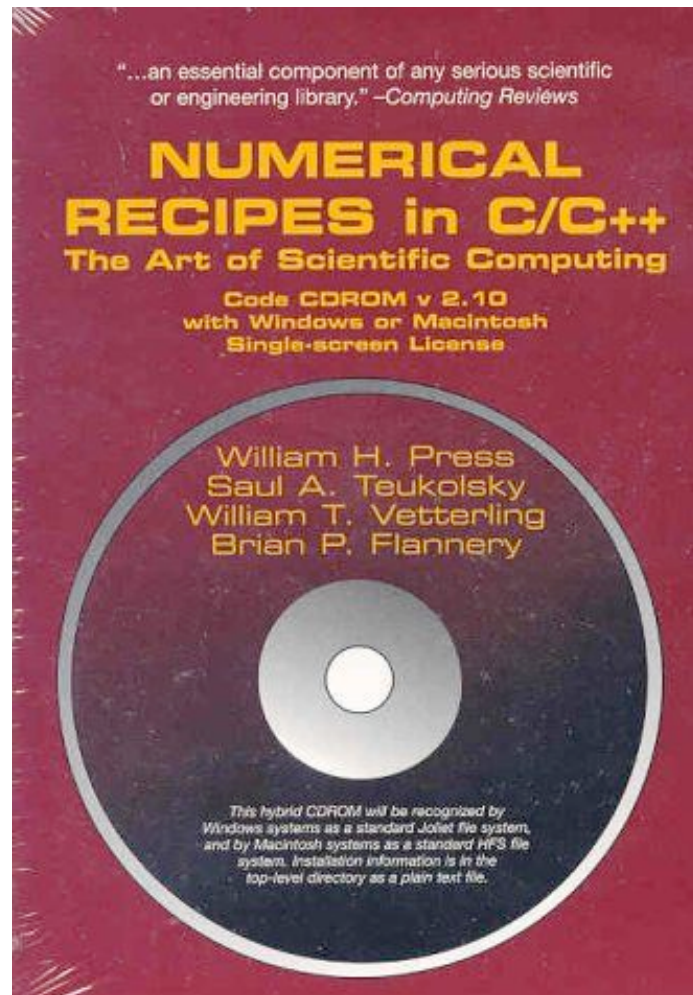


1992, non traduit  
(partie IV seulement)



1985 et 90







# **2. Trajectoire**

**2.1 Courbes paramétrées**

**2.2 Interpolation du déplacement**

**2.3 Vitesse non constante**

**2.4 Objet en rotation**

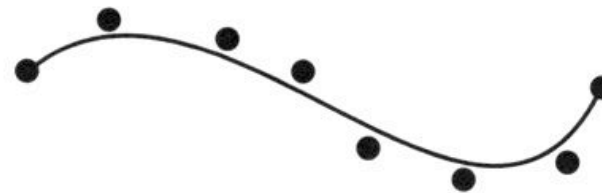
**2.5 Dynamique**

## 2.1 Rappel sur les courbes paramétrées

$$p \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x(u) \\ f_y(u) \\ f_z(u) \end{pmatrix} \quad \text{on prend } 0 \leq u \leq 1$$



Une spline d'interpolation dans laquelle la spline passe par les points de contrôle intérieurs



Une spline d'approximation dans laquelle seuls les points d'extrémité sont interpolés, les points de contrôle intérieurs étant uniquement utilisés pour tracer la courbe

Figure 3.1 Calcul de l'interpolation et des splines d'approximation

exemple : les B-splines uniformes :

$$f_i(u) = \begin{pmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{P}_{i-1} \\ \vec{P}_i \\ \vec{P}_{i+1} \\ \vec{P}_{i+2} \end{pmatrix}$$

# Assemblage et continuité

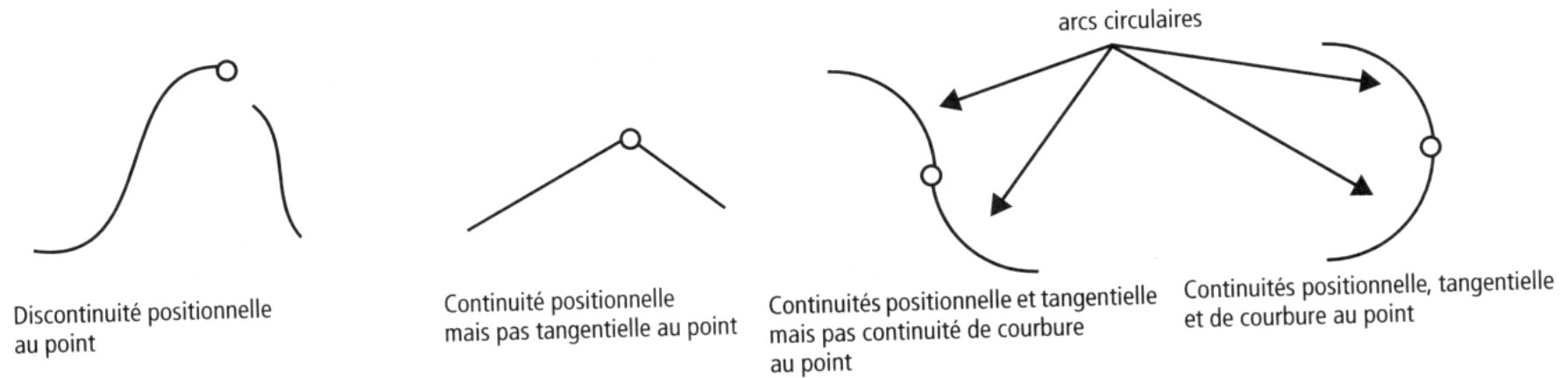
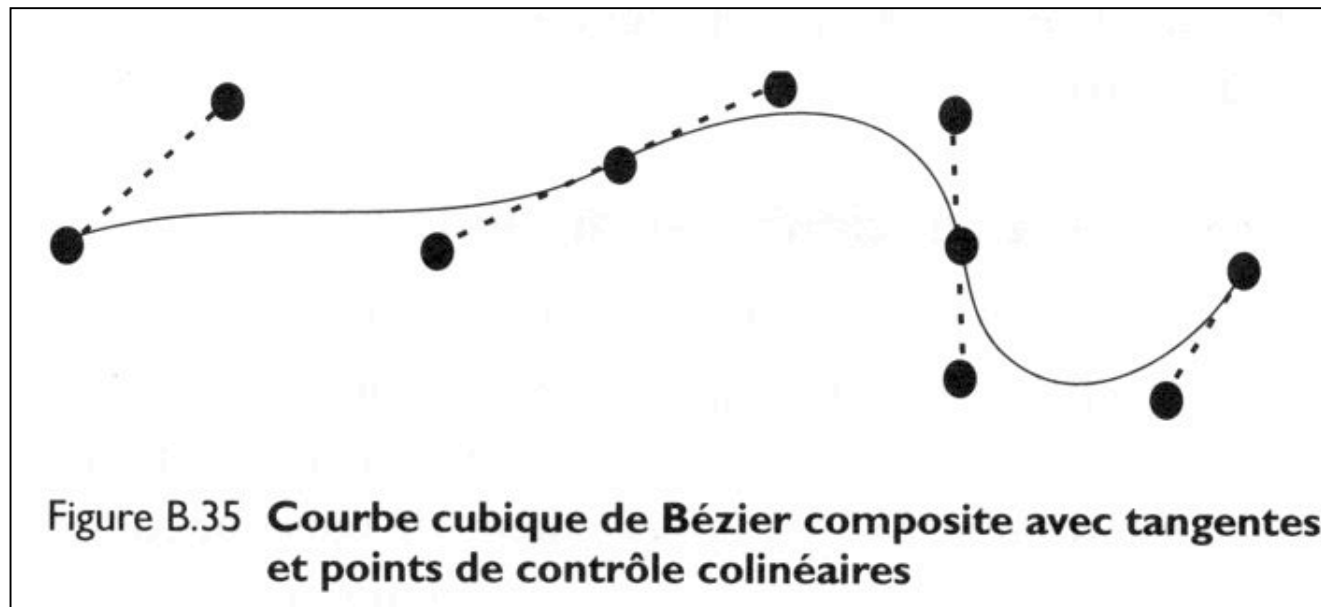


Figure 3.2 **Continuité (au point indiqué par un petit cercle)**



## 2.2 Interpolation du déplacement sur la courbe

pour produire une vitesse uniforme, on parcourt des arcs de longueur constante

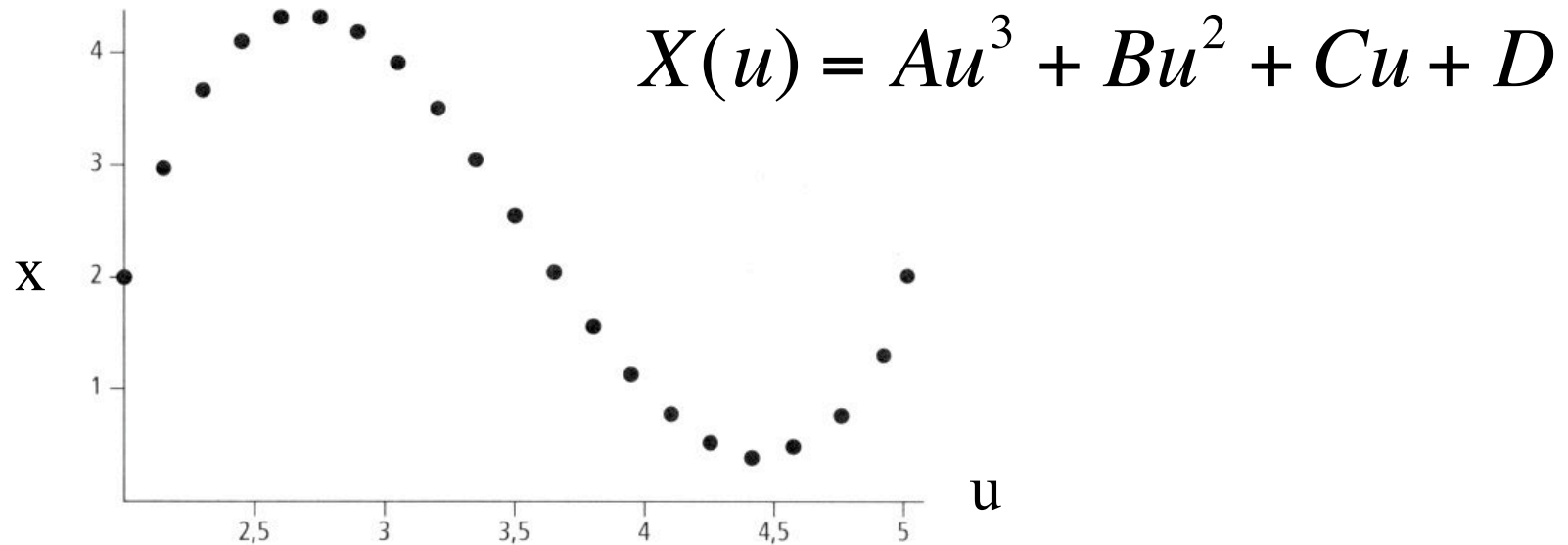


Figure 3.4 Exemple de points produits par des incréments égaux d'un paramètre d'interpolation pour une courbe cubique typique

Si on progresse à  $\Delta u$  constant, on n'a pas pour autant  $\Delta x$  constant !

## Calcul de la longueur d'arc

-Première méthode : rapide, grossière

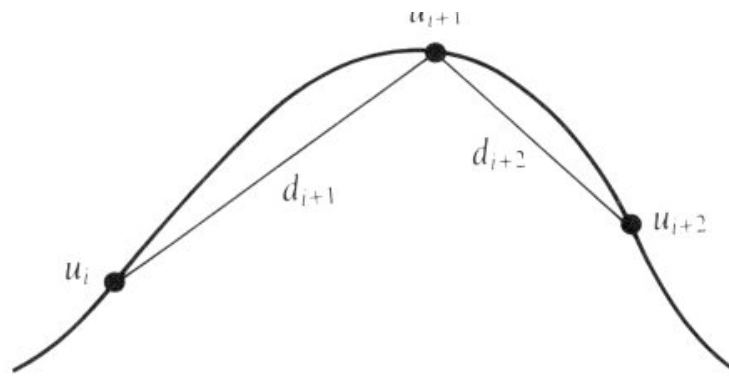


Figure 15.5 Forward differencing and accumulated chord length.

Index	Paramètre	Longueur d'arc (G)
0	0,00	0,000
1	0,05	0,080
2	0,10	0,150
3	0,15	0,230
4	0,20	0,320
5	0,25	0,400
6	0,30	0,500
7	0,35	0,600

$$L = L_i + \frac{u - i\Delta u}{\Delta u} (L_{i+1} - L_i)$$

Connaissant L, on peut retrouver u

- deuxième méthode : précise, coûteuse (en temps de calcul)

$$\begin{aligned} L(u_1, u_2) &= \int_{u_1}^{u_2} dl(u) = \int_{u_1}^{u_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz}{du}\right)^2} \\ &= \int_{u_1}^{u_2} \sqrt{Au^4 + Bu^3 + Cu^2 + Du + E} .du \end{aligned}$$

avec :

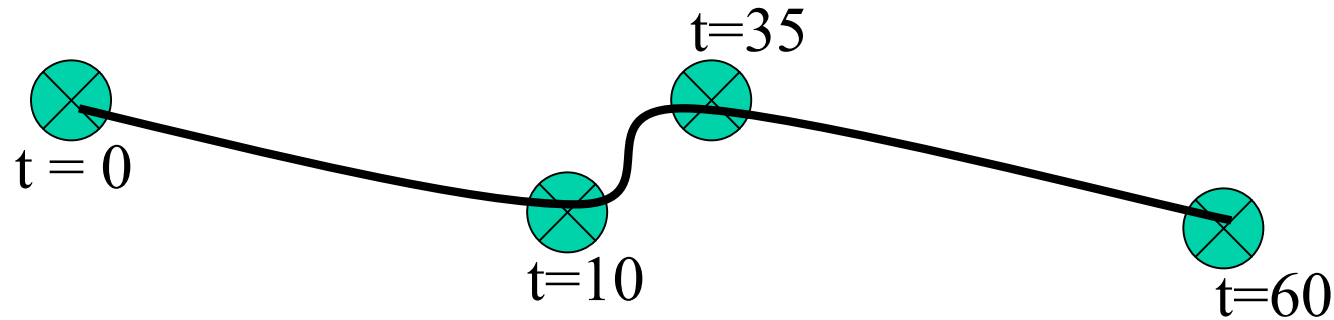
$$\begin{aligned} A &= 9(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) \\ B &= 12(a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z) \\ C &= 6(a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z) + 4(b_x^2 + b_y^2 + b_z^2) \\ D &= 4(b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z) \\ E &= c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 \end{aligned}$$

ne s'intègre pas formellement !

⇒ utiliser des méthodes numériques (trapèzes, Chebyshev...)

⇒ approches adaptatives : dans certaines zones, la dérivée varie vite qu'ailleurs

## 2.3 Vitesse non constante



Il faut deux fonctions :

- la courbe d'espace pour la trajectoire  $P(u)$
- la fonction temps-distance  $S(t)$

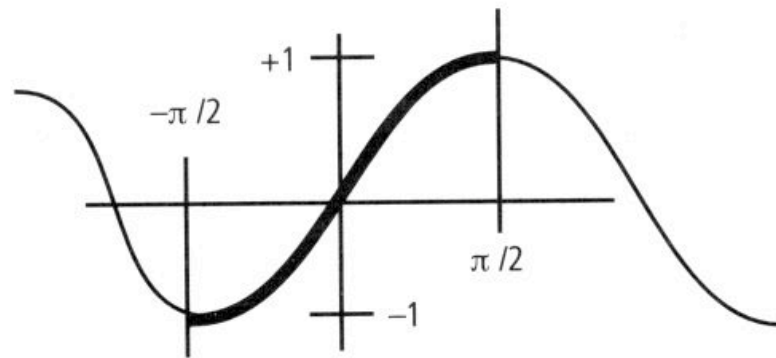
$S(t)$  doit être monotone en  $t$  et continue

Pour  $t$  donné :

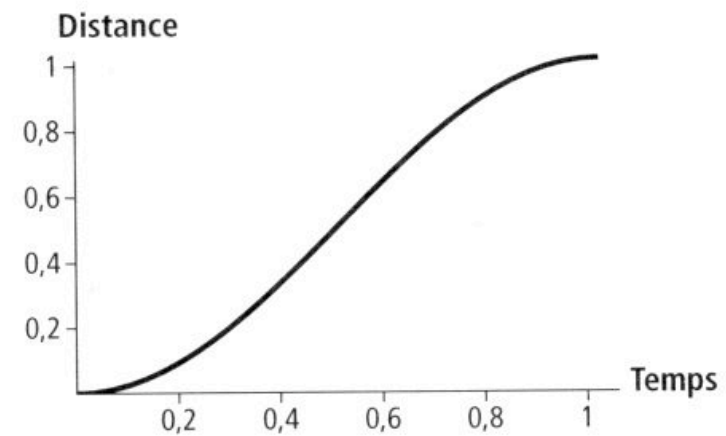
- calculer  $S(t) = L$  = distance parcourue à date  $t$
- trouver  $u$  pour cette distance d'après la table
- calculer  $P(u)$ , la position du point



- Le « ease-in / ease-out »



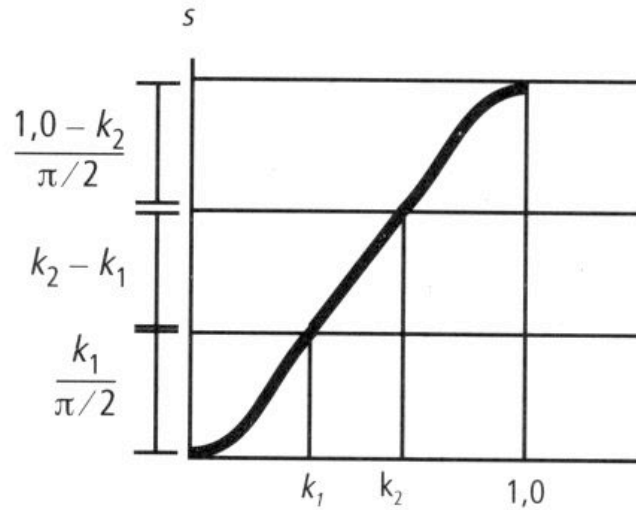
Segment de courbe sinusoïdale à utiliser pour le contrôle de l'effet d'*ease-in/ease-out*



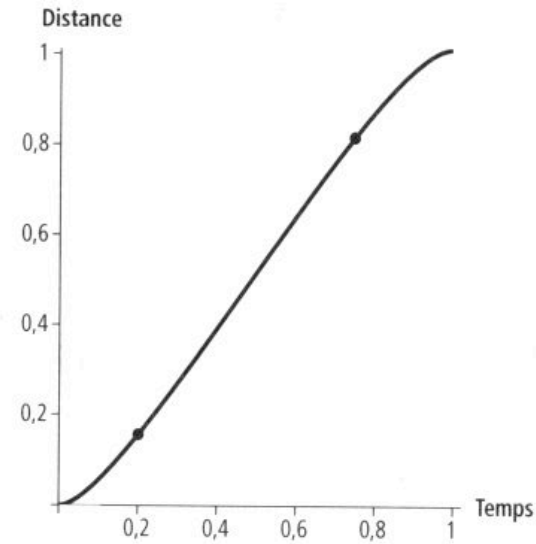
Segment de courbe sinusoïdale mappé vers des valeurs utiles

Figure 3.11 **Utilisation d'un segment de courbe sinusoïdale comme fonction temps-distance pour l'effet *ease-in/ease-out***

$$S(t) = ease(t) = \frac{1 + \sin(\pi t - \pi/2)}{2}$$



Courbe d'ease-in/ease-out telle qu'elle est constituée au départ



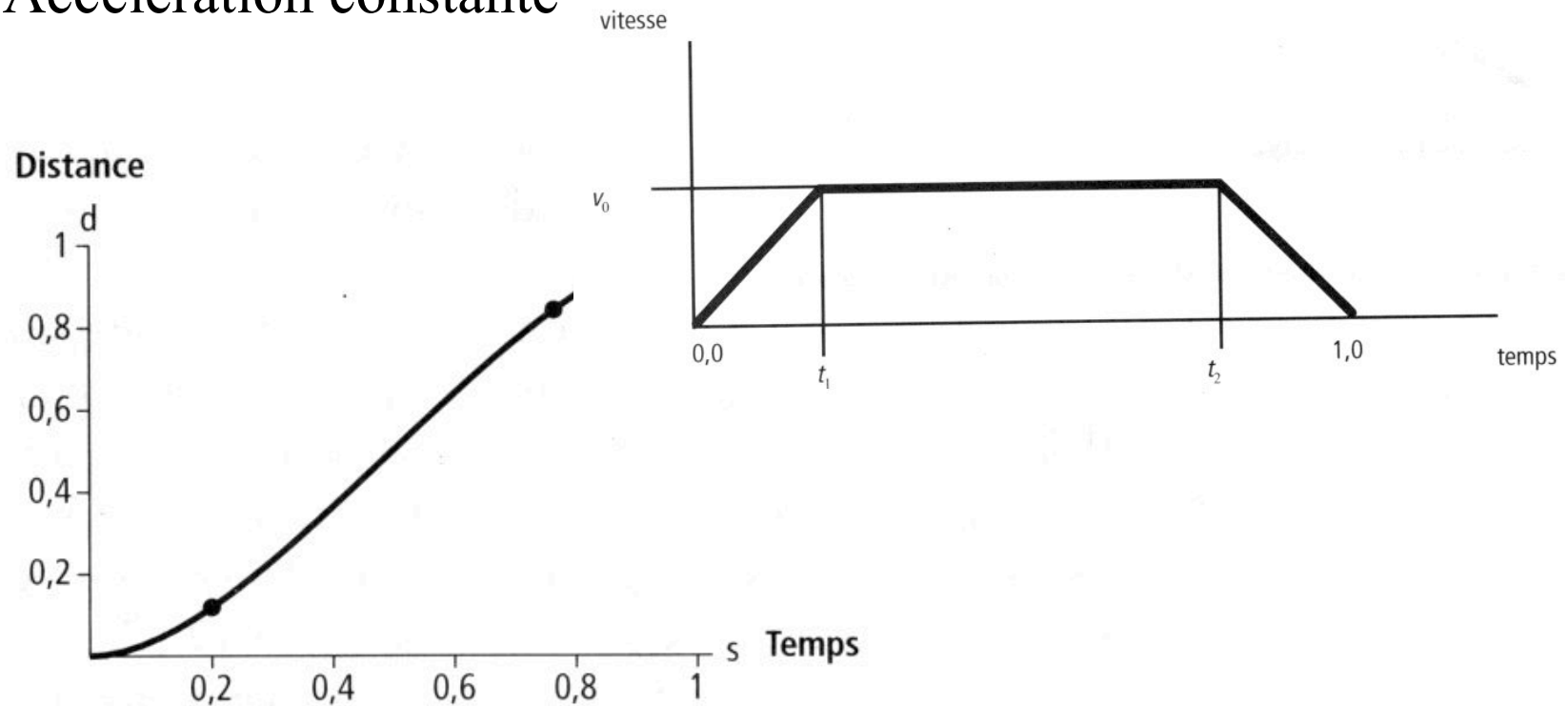
Segments de courbe étalonnés en valeurs utiles avec des points marquant les intersections de segments

Figure 3.12 Utilisation de segments sinusoïdaux avec un intervalle intermédiaire à vitesse constante

$$\text{ease}(t) = \begin{cases} = \left( k_1 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left( \sin\left( \frac{t}{k_1} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right) \right) / f & t \leq k_1 \\ = \left( \frac{k_1}{\pi/2} + t - k_1 \right) / f & k_1 \leq t \leq k_2 \\ = \left( \frac{k_1}{\pi/2} + k_2 - k_1 + \left( (1 - k_2) \cdot \frac{2}{\pi} \right) \sin\left( \frac{t - k_2}{1,0 - k_2} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \right) / f & k_2 \leq t \end{cases}$$

quand  $f = k_1 \cdot 2/\pi + k_2 - k_1 + (1,0 - k_2) \cdot 2/\pi$

## - Accélération constante



$$d = v_0 \cdot \frac{t^2}{2 \cdot t_1}$$

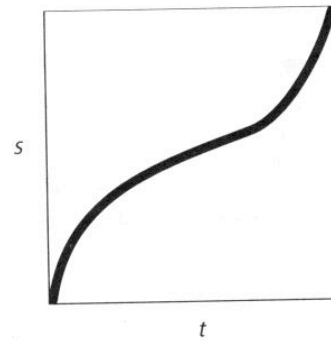
$$0,0 < t < t_1$$

$$d = v_0 \cdot \frac{t_1}{2} + v_0 \cdot (t - t_1)$$

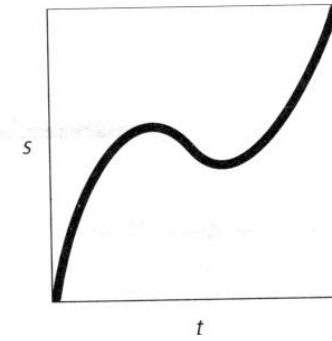
$$t_1 < t < t_2$$

$$d = v_0 \cdot \frac{t_1}{2} + v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \left( v_0 - \frac{v_0 \cdot \frac{t - t_2}{1 - t_2}}{2} \right) \cdot (t - t_2) \quad t_2 < t < 1,0$$

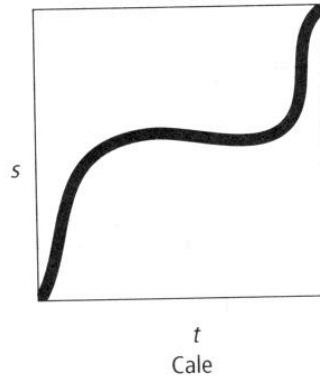
# -Fonction distance-temps arbitraire



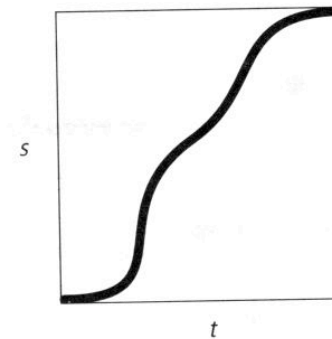
Démarre et s'arrête  
brusquement



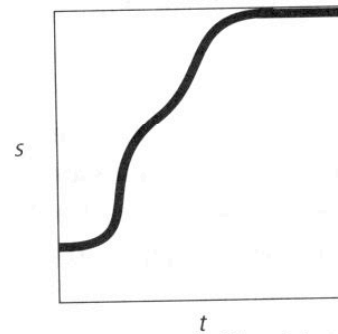
Fait marche arrière



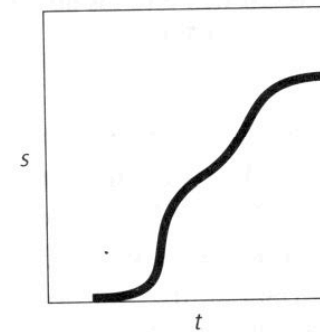
Cale



Démarre doucement  
et s'arrête



Démarre après le début de la courbe  
et atteint la fin avant  $t = 1,0$



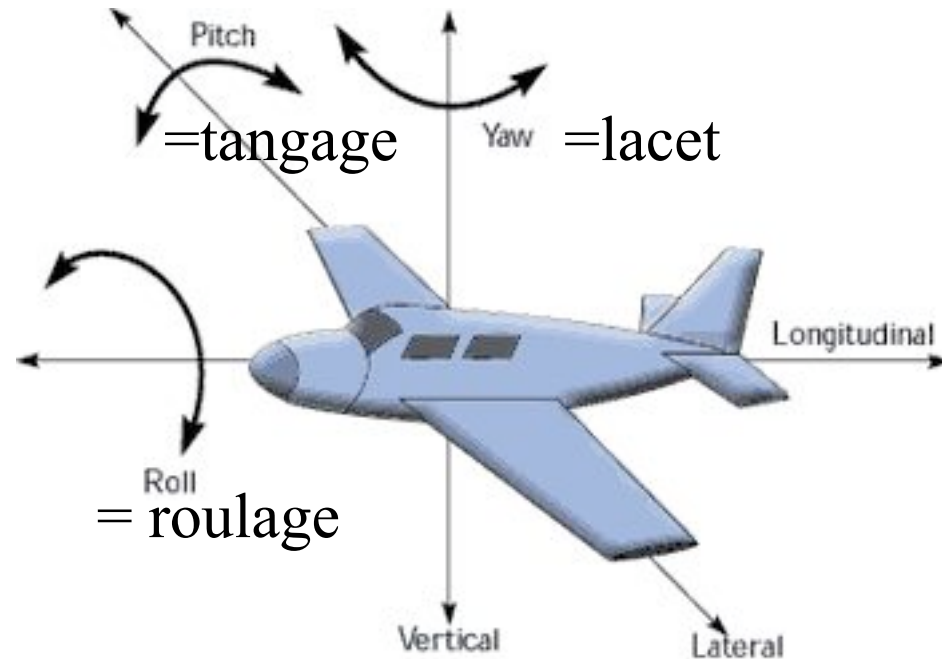
Attend un moment avant de démarrer  
et n'atteint pas la fin

Figure 3.19 Exemples de fonctions distance-temps

## 2.4 Objet en rotation

Angles d'Euler :

Rotations sur les axes :



$$R_Z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_X(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Inutilisable pour l'interpolation d'une orientation à une autre !

exemple d'application : les caméras de simulateur de vol





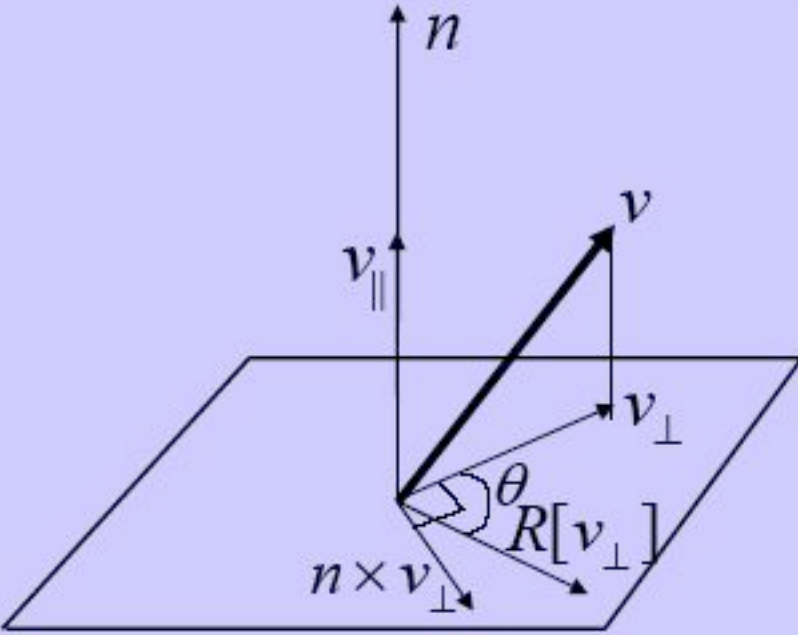
## les caméras de jeux vidéo



« third person » : derrière et en haut le personnage  
(ex. de *Tomb raider*)



-Rotation sur un axe quelconque  $n$  d'un angle  $\theta$



$v_{\parallel} = (n \cdot v)n \quad v_{\perp} = v - v_{\parallel}$   
 $R[v_{\perp}] = v_{\perp} \cos \theta + (n \times v_{\perp}) \sin \theta$   
 $\quad = v_{\perp} \cos \theta + (n \times v) \sin \theta$   
 $R[v_{\parallel}] = v_{\parallel}$

$$\begin{aligned}
 R[v] &= R[v_{\parallel} + v_{\perp}] \\
 &= R[v_{\parallel}] + R[v_{\perp}] \\
 &= v_{\parallel} + v_{\perp} \cos \theta \\
 &\quad + (n \times v) \sin \theta \\
 &= (n \cdot v)n + (v - (n \cdot v)n) \cos \theta \\
 &\quad + (n \times v) \sin \theta \\
 &= v \cos \theta + n(n \cdot v)(1 - \cos \theta) \\
 &\quad + (n \times v) \sin \theta
 \end{aligned}$$

# Quaternions

- Definition: A *quaternion* is a quadruple  $q=(s,v)$ , where  $s$  is a scalar, and  $v$  a three-dimensional vector.
- The quaternions form a non-commutative group under the multiplication rule:

$$\begin{aligned}q_1 \cdot q_2 &= (s_1, v_1) \cdot (s_2, v_2) \\ &= (s_1 s_2 - v_1 \cdot v_2, s_1 v_2 + s_2 v_1 + v_1 \times v_2)\end{aligned}$$

- Quaternion multiplication is equivalent to that of

$$q = s + i v_x + j v_y + k v_z$$

$$\text{where } i^2 = j^2 = k^2 = -1, ij = k, ji = -k$$

- The complex number  $c$  is the special case  $(\text{Re}(c), [\text{Im}(c), 0, 0])$

## Quaternions (cont'd)

The *conjugate* of  $q = (s, v)$  is

$$\bar{q} = (s, -v)$$

The *inner product* of  $q_1 = (s_1, v_1)$

and  $q_2 = (s_2, v_2)$  is

$$\langle q_1, q_2 \rangle = q_1 \cdot \bar{q}_2 = s_1 s_2 + v_1 \cdot v_2$$

The *norm* of  $q = (s, v)$  is

$$\|q\|^2 = \langle q, q \rangle = q \cdot \bar{q} = s^2 + v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

The *inverse* of  $q = (s, v)$  is :

$$q^{-1} = \frac{\bar{q}}{\|q\|^2}$$

Corollary :

$$\langle q_1, q_2 \rangle = \langle q_2, q_1 \rangle$$

$$\|q_1 \cdot q_2\| = \|q_1\| \|q_2\|$$

## Rotating with Quaternions

- Rotation by  $\theta$  around normalized direction  $n$  may be represented by the unit quaternion

$$q = (\cos(\theta/2), n \sin(\theta/2))$$

- A regular 3D vector  $v$  may be represented as the quaternion  $(0, v)$ .  $v$  is rotated by  $q$  to:

$$R_q[v] = \bar{q} \cdot v \cdot q$$

- Since
$$\begin{aligned} R_q[v] &= (\cos(\theta/2), -n \sin(\theta/2)) \cdot (0, v) \\ &\quad \cdot (\cos(\theta/2), n \sin(\theta/2)) \\ &= (0, v(\cos^2(\theta/2) - \sin^2(\theta/2)) \\ &\quad + 2n(n \cdot v) \sin^2(\theta/2) \\ &\quad + 2(n \times v) \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)) \\ &= (0, v \cos \theta + n(n \cdot v)(1 - \cos \theta) \\ &\quad + (n \times v) \sin \theta) \end{aligned}$$



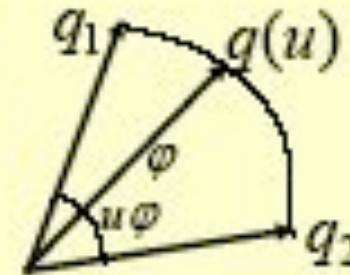
# Interpolating Two Orientations

- Orientations may be interpolated by interpolating their respective quaternions.
- Quaternions on a 4D sphere may be interpolated along a geodesic (the shortest path between two points on a sphere). This is the arc where the sphere intersects a plane through the two points and the origin.
- For any  $u \in [0, 1]$ , writing  $q(u) = \alpha(u)q_1 + \beta(u)q_2$ , and solving the following system of equations for  $\alpha(u)$  and  $\beta(u)$ :

$$1 = \|q(u)\|^2 = \alpha(u)^2 + \beta(u)^2 + 2\alpha(u)\beta(u) \langle q_1, q_2 \rangle$$

$$\cos \varphi = \langle q_1, q_2 \rangle$$

$$\cos(u\varphi) \langle q_1, q(u) \rangle = \alpha(u) + \beta(u) \langle q_1, q_2 \rangle$$



## Spherical Linear Interpolation

$$q(u) = \frac{\sin(1-u)\varphi}{\sin \varphi} q_1 + \frac{\sin(u\varphi)}{\sin \varphi} q_2 \quad u \in [0, 1]$$

$\Leftarrow \text{SLERP}(q_1, q_2, \varphi)$

Autre exemple d'utilisation :

- convertir (roll, pitch, yaw) en un quaternion  $q$
- convertir la variation d'orientation inter-trame en  $q'$
- calculer la nouvelle orientation  $q'' = q \cdot q'$
- convertir  $q''$  en matrice de rotation  $R$
- appliquer  $R$  aux points qui définissent l'objet

exemples de code `quat2mat` et `mat2quat` dans [WAT] et [PAR]

manipulation de quaternions possible avec DirectX (pas OpenGL)

## 2.5 Dynamique

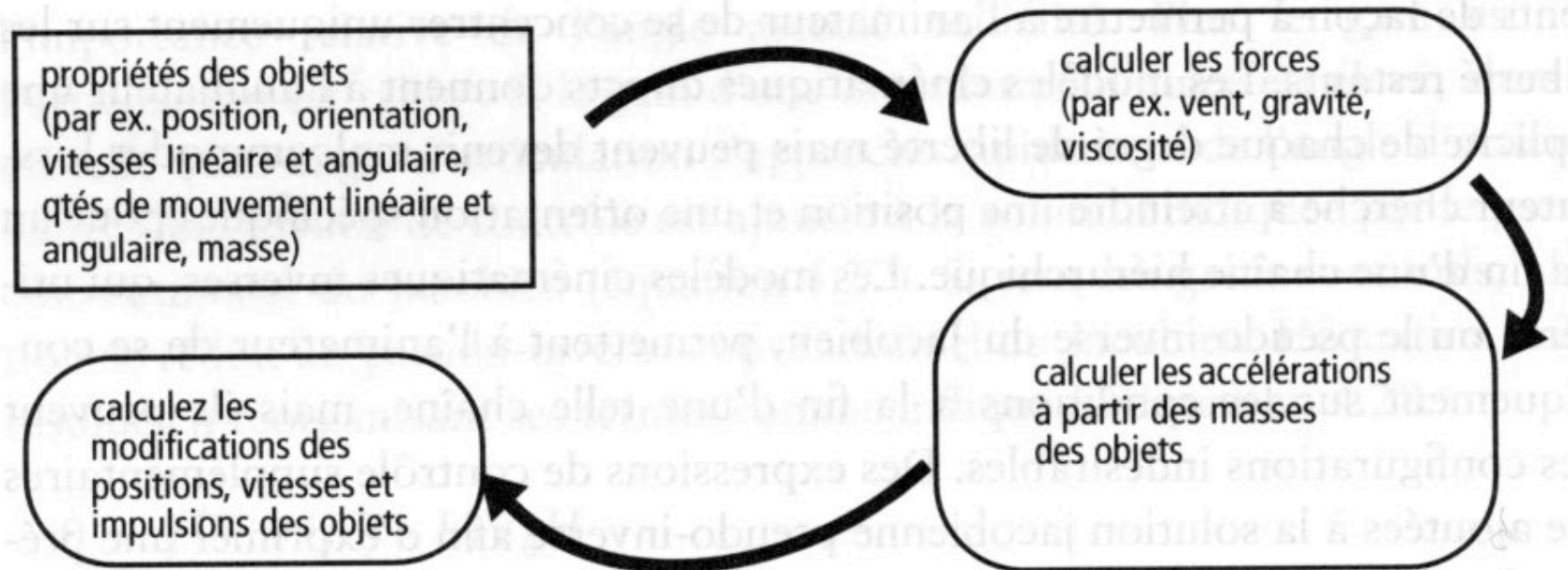


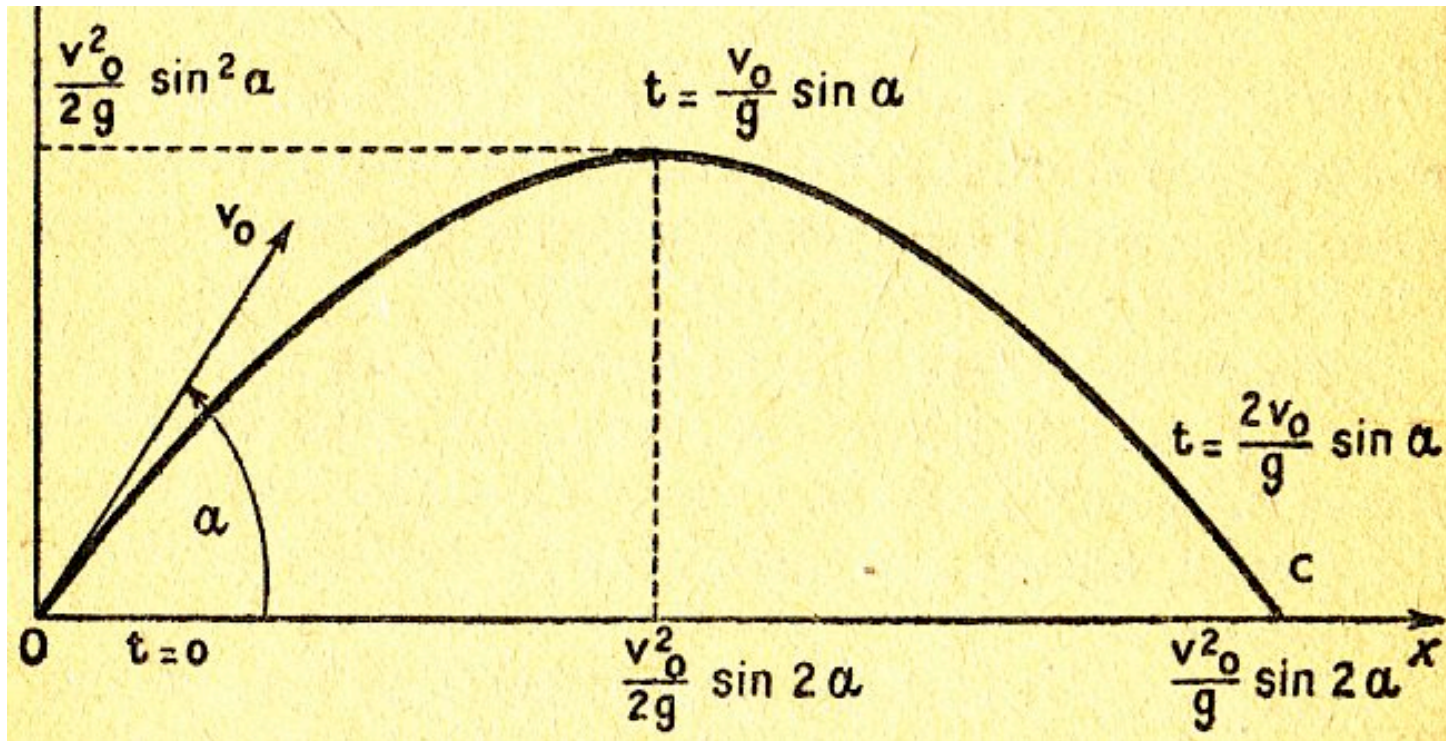
Figure 4.23 Cycle de mise à jour de la simulation des corps rigides

Formule fondamentale de la dynamique :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \text{ avec } \vec{a} = \begin{pmatrix} d^2x/dt^2 \\ d^2y/dt^2 \\ d^2z/dt^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

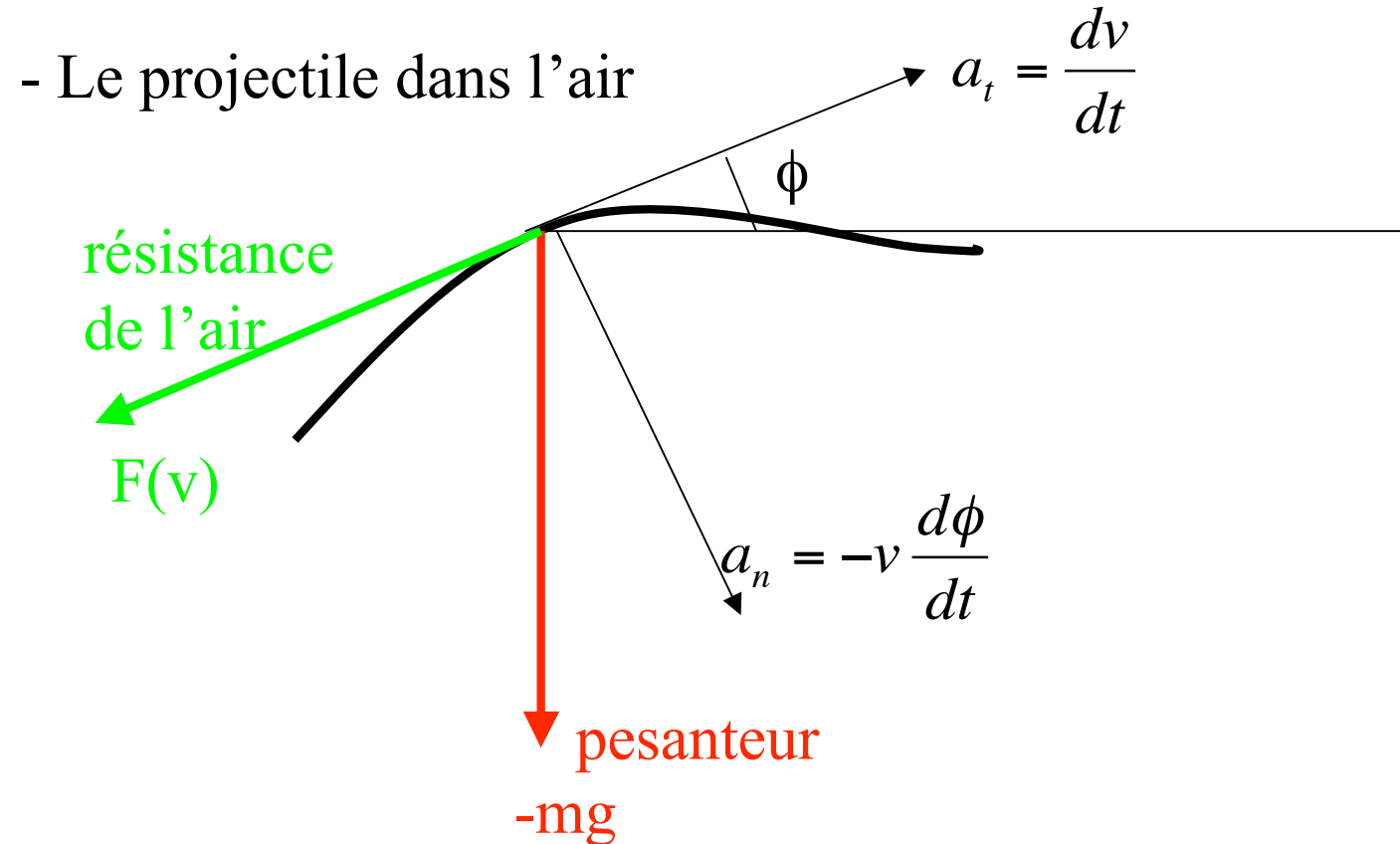


- Exemple d'un projectile dans le vide



$$\sum \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix} = m\vec{a} = \begin{pmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = v_0 \sin \alpha - gt \\ \dot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \cos \alpha \\ y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

avec  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$



Equation différentielle : 
$$\frac{dv}{d\phi} = v \left( \tan \phi + \frac{F(v)}{mg \cos \phi} \right)$$

Résolution par intégration numérique : de Euler à Runge-Kutta

# **3. prise en compte de l'environnement**

**3.1 détections de collisions**

**3.2 réponse aux collisions**

**3.3 contraintes**

**3.4 les particules**

**3.5 les groupes (bandes, troupesaux)**

**3.6 l'autonomie**

### 3.1 Détection de collisions

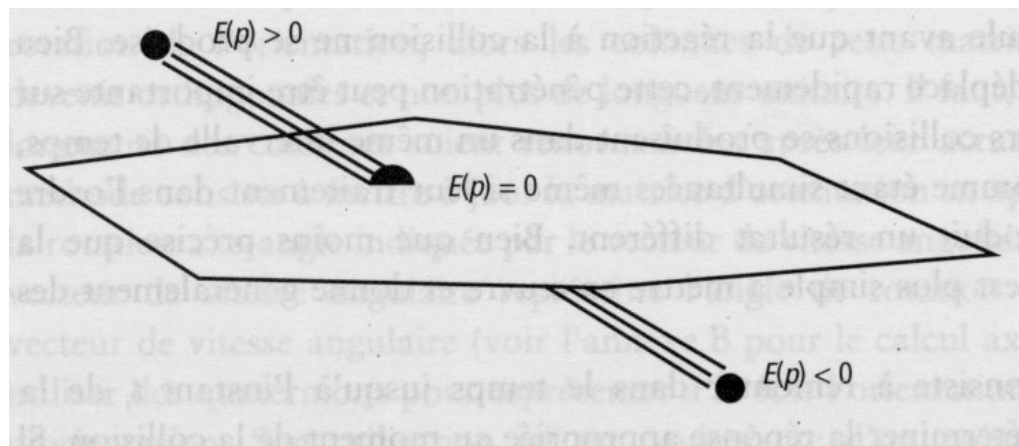
-ex. de la collision point-plan

Equation du plan en 3D :  $Ax + By + Cz = D$

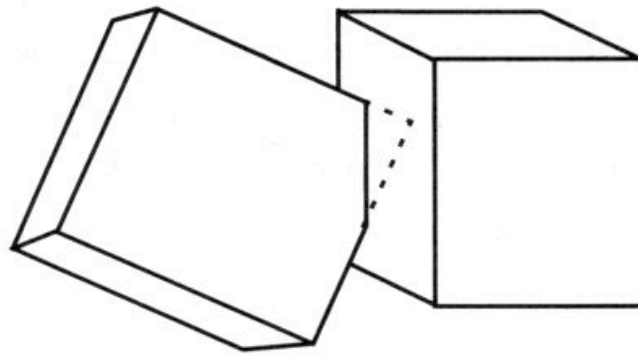
Connaissant 3 points non alignés du plan, on a :

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \overrightarrow{P_0 P_1} \otimes \overrightarrow{P_0 P_2} \quad \text{et} \quad D = A.P_{0x} + B.P_{0y} + C.P_{0z}$$

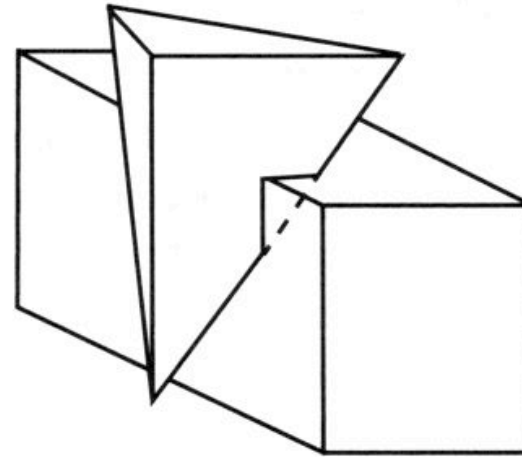
on étudie le signe de  $APx + BPy + CPz - D$  :



-test sur des polyèdres



Sommet à l'intérieur d'un polyèdre



Pénétration d'un objet sans  
qu'un sommet d'un objet soit  
contenu dans l'autre objet

Figure 4.36 **Détection d'intersections de polyèdres**

intersections droite / polygone : coûteux

=> voir cours IMASON « élimination parties cachées »

## - Sphères englobantes

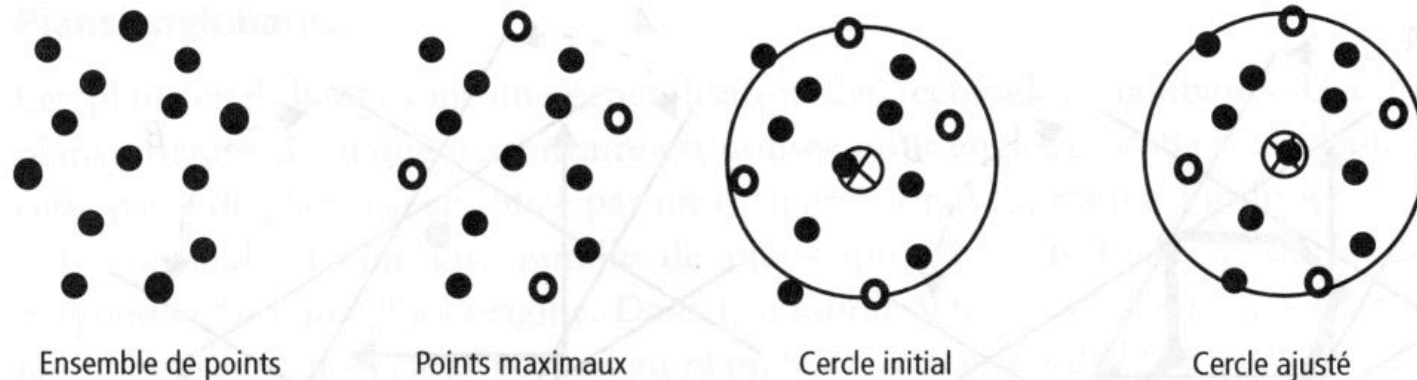
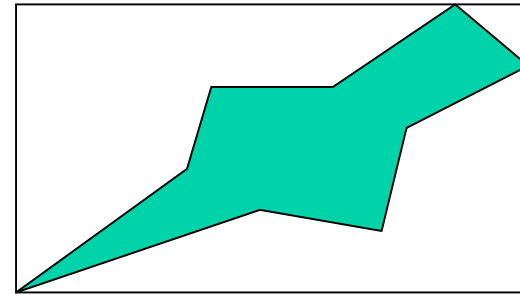


Figure B.20 Calcul d'un cercle englobant pour un ensemble de points

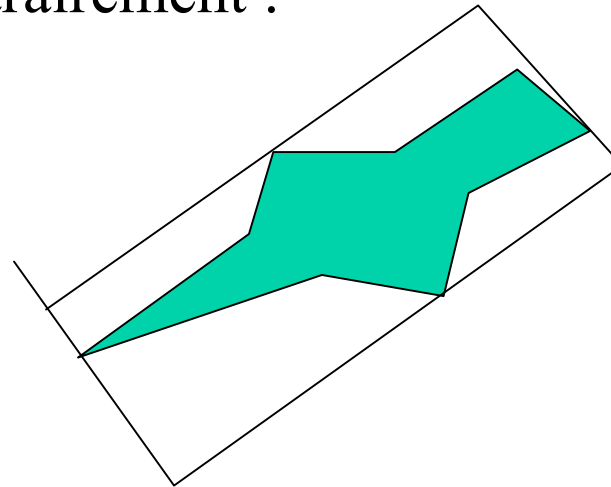
- recherche des 6 valeurs extremes  $X_{min}$ ,  $Y_{min}$ ,  $Z_{min}$ ,  $X_{max}$ , etc...  
et des 6 points concernés  $iX_{min}$ ,  $iY_{min}$ ,  $iZ_{min}$ , etc...
- trouver la paire de points la plus éloignée des 3 paires : P1, P2
- le centre de la sphère est  $C = (P1+P2)/2$   
son diamètre est la plus grande distance  $D_{max}$
- passer en revue tous les points P et ajuster la sphère si  $PC > D_{max}$

## - Autres techniques de volumes englobants

- boîte englobante alignée dans l'axe :  
ABB : axis-aligned bounded box

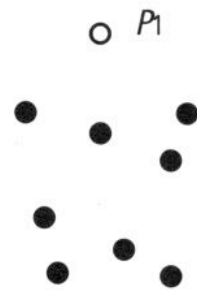


- boîte englobante orientée arbitrairement :  
OBB : oriented bounded box

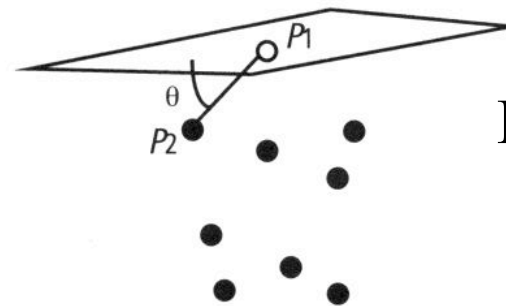




- construction de l'enveloppe convexe (ex. de solution)



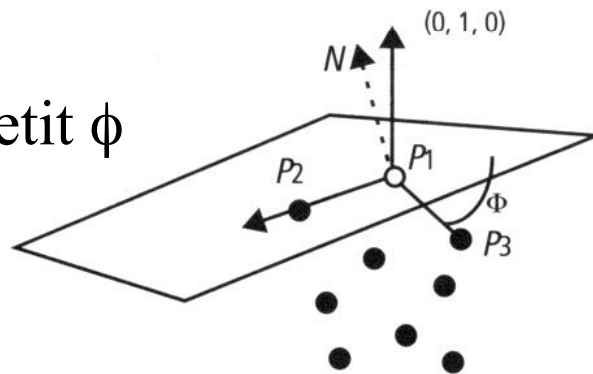
Étape 1 : Trouver le point le plus élevé



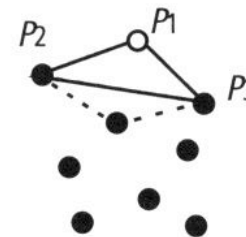
Étape 2 : Trouver une arête de l'enveloppe convexe

P2: plus petit  $\theta$

P3: plus petit  $\phi$



Étape 3 : Trouver un triangle initial



Étape 4 : Construire chaque triangle de l'enveloppe convexe en utilisant une ou deux arêtes existantes de triangles d'enveloppe convexe tracés antérieurement

algo. complet dans [PAR] p. 445

# Un état de l'art sur les logiciels de détection de collision

Tangi.Meyer@irisa.fr  
Guillermo.Andrade@irisa.fr

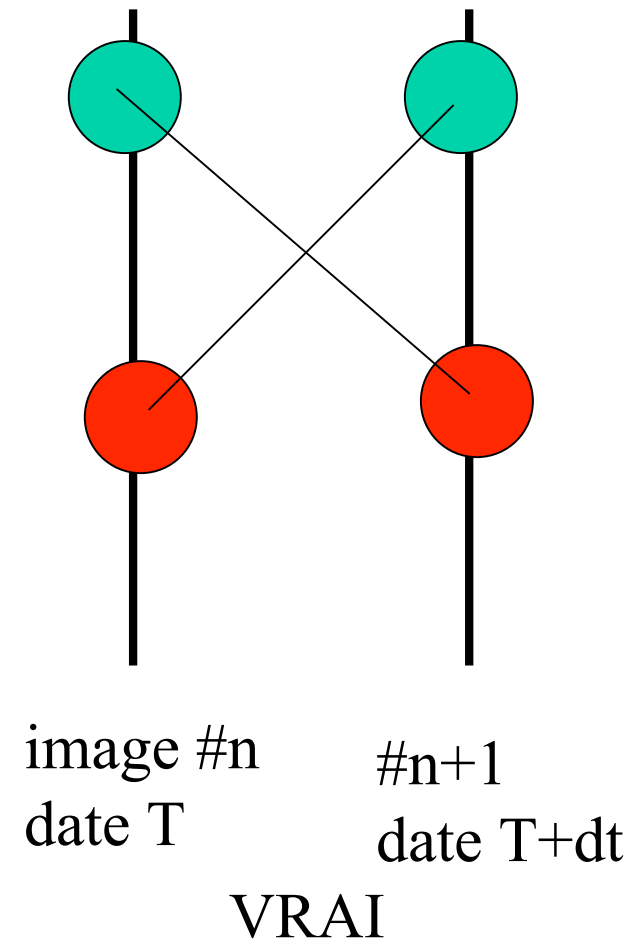
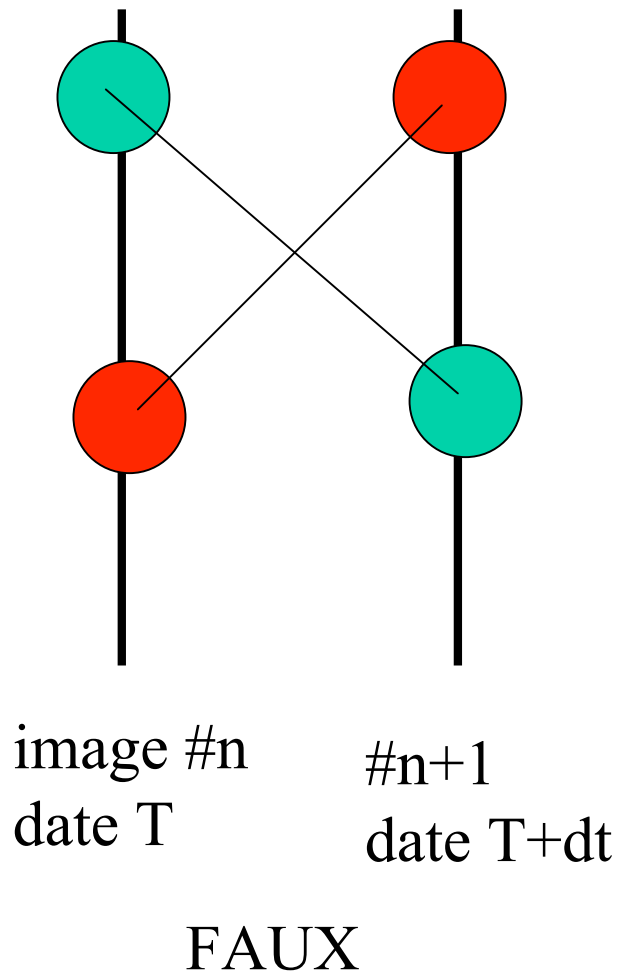
Présenté par Jean-Marie Souffez



<b>Outils</b>	<b>Méthodes</b>	<b>Entrées</b>	<b>Sorties</b>	<b>Principes</b>
RAPID	OBB-Trees	Soupe de Polygones	Détection / paires intersectantes	2Body
VCollide	Surcouche de Rapid	Soupe de Polygones	Détection / paires intersectantes	Nbody - Cohérence temporelle
ICollide	Diagramme de Voronoi	Polyèdres convexes	Distance / paires	Nbody - Cohérence temporelle
Solid	ABBTrees	Soupe de Polygones	Point de contact	Nbody - Cohérence temporelle
Quick_CD	K-Dops trees	Soupe de Polygones	Collision entre triangles	2Body
Swift	Voronoi+Multilevel model	Polyèdres convexes	Distance avant collision	Nbody - Cohérence temporelle
V-Clip	Voronoi	Polyèdres convexes	Distance avant collision	NBody
VPS	Voxel+ Intersections géo.	Nuage de points	Pénétrations points-voxels	2Body
Hcollide	Spatial décomp.+OBBTrees	Polyèdres	Pénétrations points-surfaces	Cohérence Temporelle
Contact	OBB-Trees	Soupe de Polygones	Point de contact	2Body - détection continue
ColDet	OBB-Trees	Soupe de Polygones	Collision exacte	2Body

### 3.2 Réaction à la collision

On peut réagir aux collisions trop tard :



- Méthode par pénalisation

- un point P est pénalisé pour avoir pénétré un autre objet O
- la surface de O est considérée fixe suite à la collision
- on crée une liaison ressort (raideur k) entre O et P et une masse à P

loi de Hooke :

$$F = -k.d$$

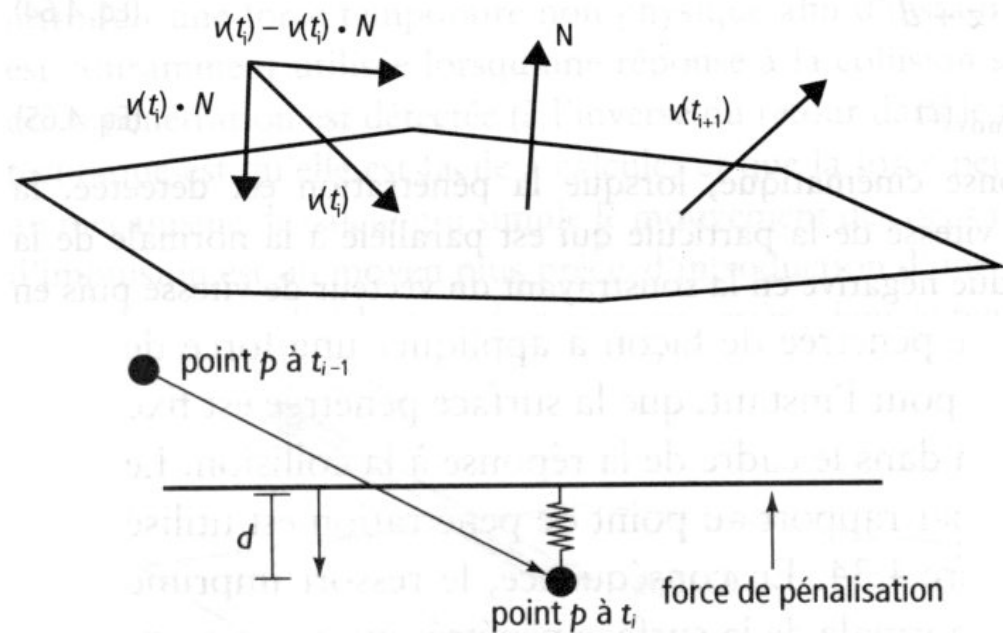


Figure 4.34 Ressort de pénalisation

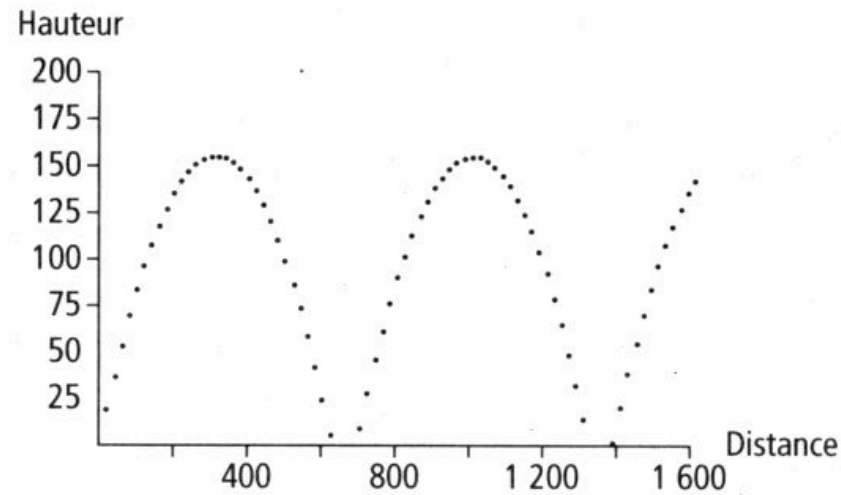


Figure 4.35 **Méthode à pénalisation avec une constante de ressort de 250 et une masse ponctuelle de 10 pour l'exemple de la section 4.3.1**

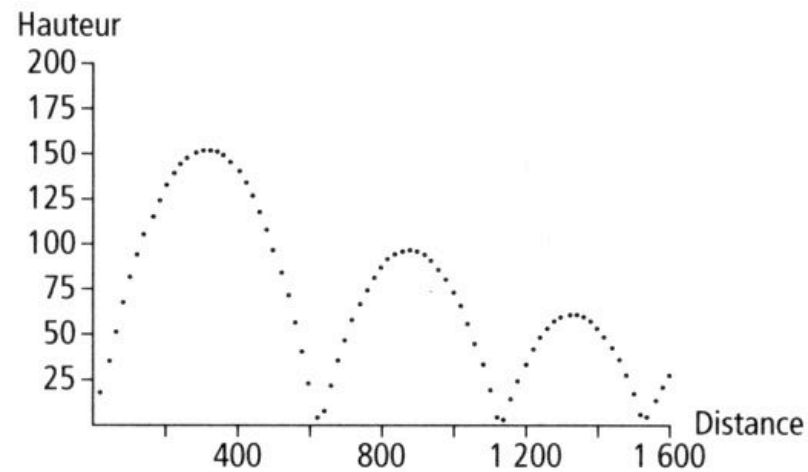


Figure 4.33 **Réponse cinématique à des collisions avec le sol en utilisant un facteur d'atténuation de 0,8 pour l'exemple de la section 4.3.1**

- Méthode par calcul de la force d'impulsion

1- remonter le temps au point d'impact

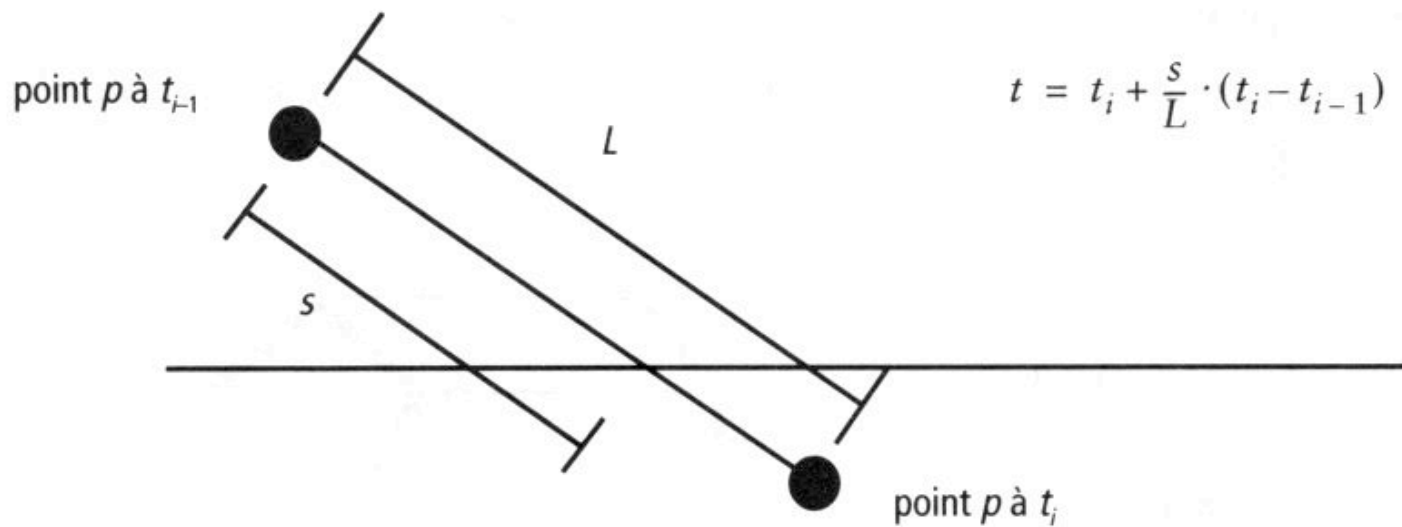


Figure 4.38 Estimation linéaire de l'instant d'impact,  $t$

## 2- calculer les conséquences de l'impact

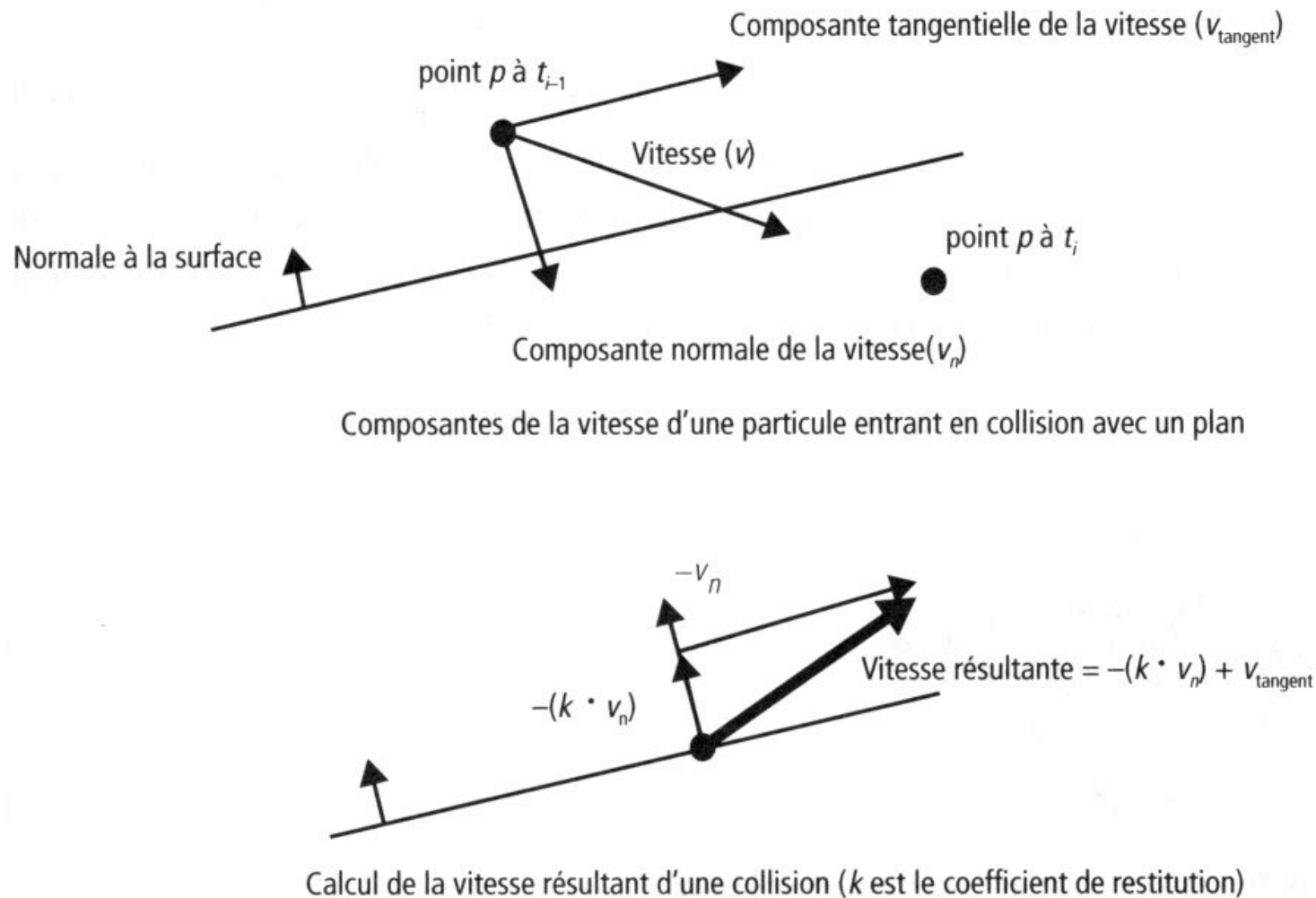
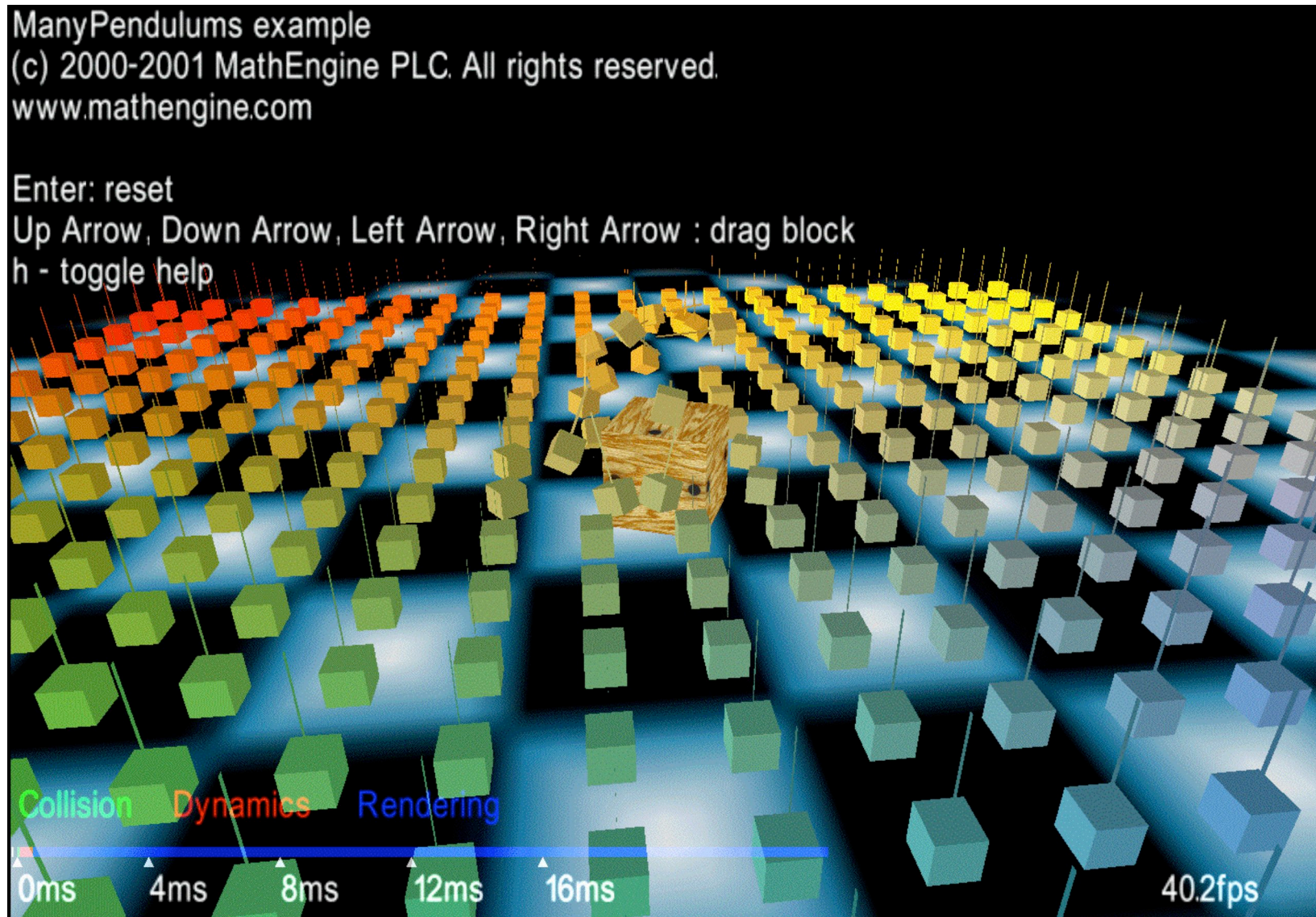
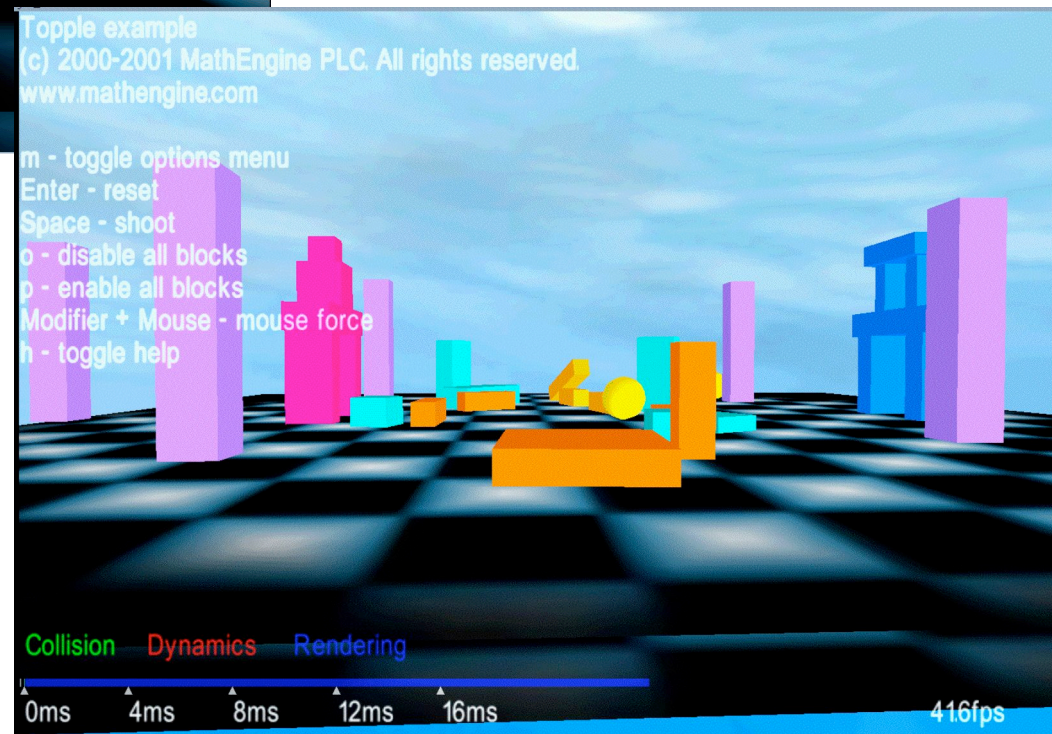
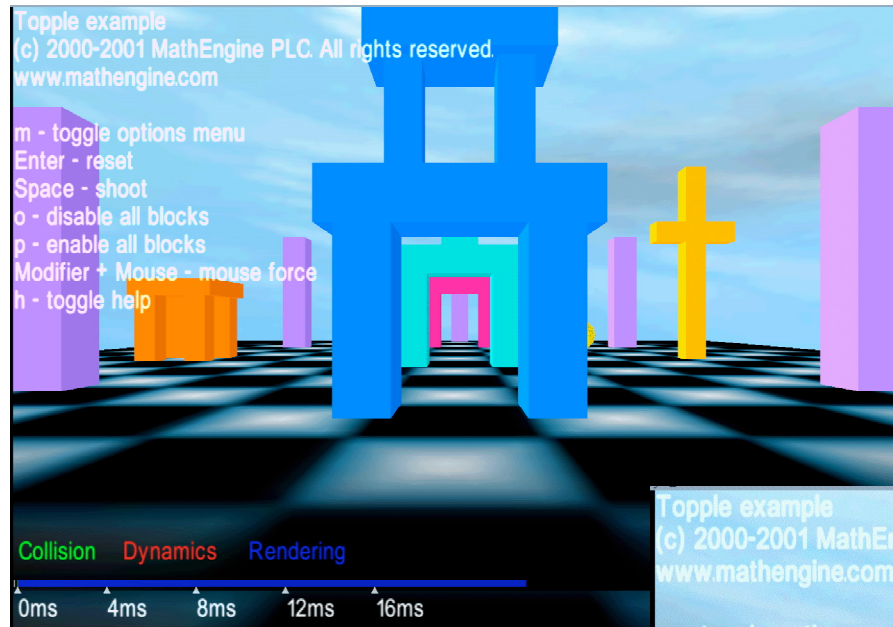


Figure 4.39 **Réponse à l'impact entre un point et un plan**



A etudier : Karma (soc. MathEngine) utilisé dans Renderware

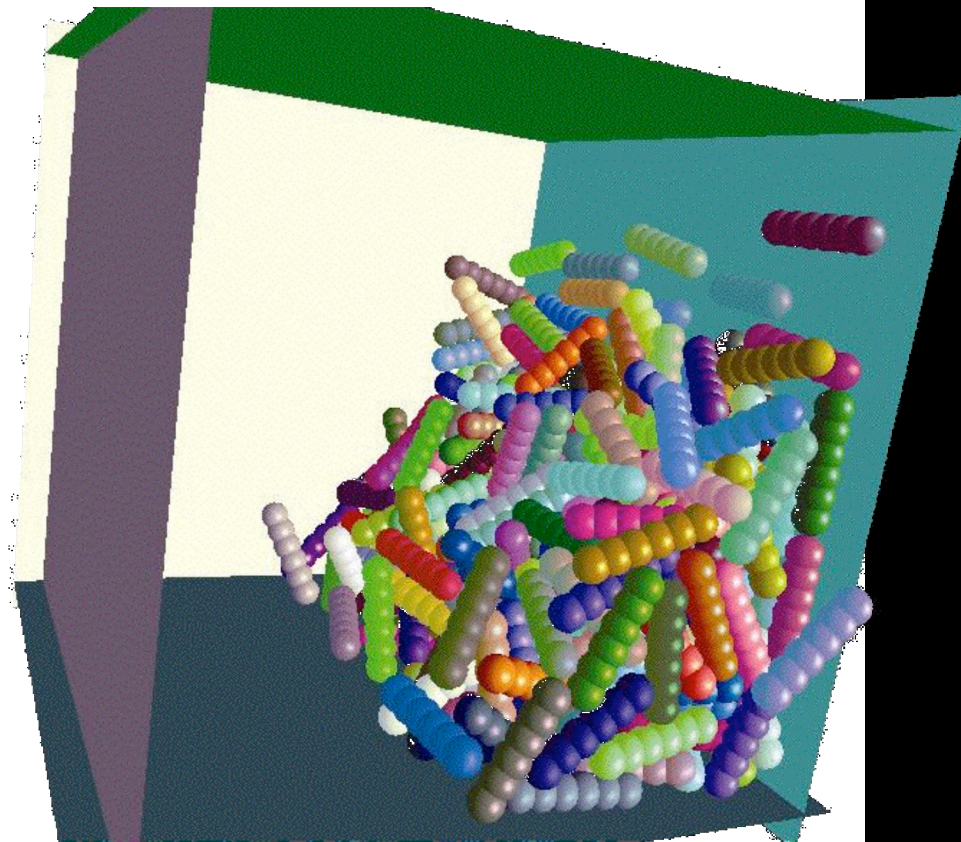




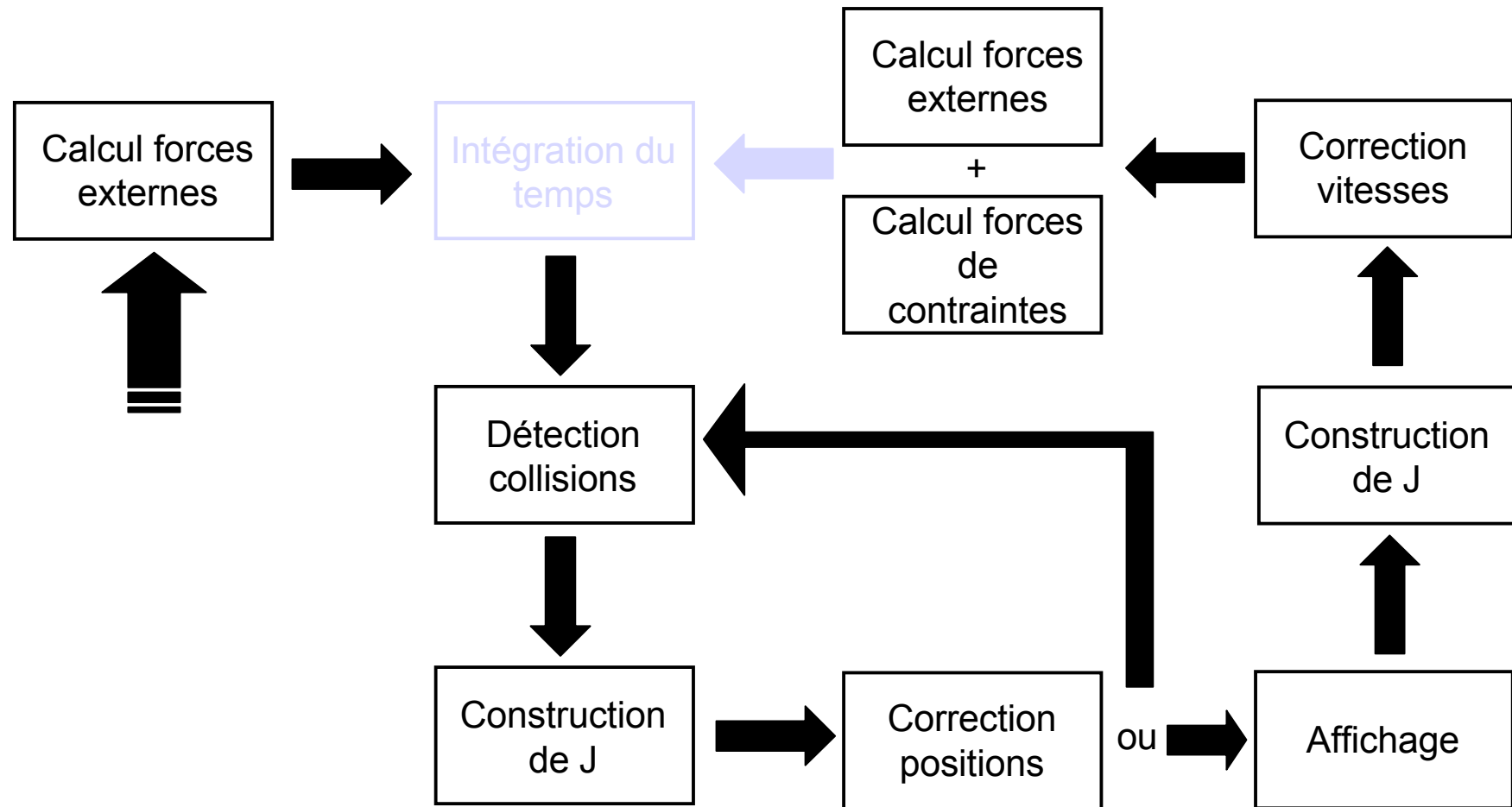


A consulter : présentation de O. GALIZZI (IMAG/iMAGIS)

« Animation de solides en contact par modèle physique »



## Boucle de simulation



J : jacobienne des contraintes