Utilisation de la théorie des jeux dans la conception de jeux vidéo

Stéphane Natkin

CNAM Paris 2002

Problème de choix des stratégies dans un jeu

"Un jeu est une suite de décisions intéressantes"

Quelques idées simples:

- La plupart des jeux vidéo ont des règles nombreuses, variées et simplistes(par opposition avec les jeux classiques comme les échec ou le go)
- L'IA stratégique de la machine (jeux contre l'ordinateur) est souvent primitive
- La difficulté, et donc l'intérêt du jeu vient de l'apprentissage progressif des règles et de la stratégie de la machine: le concepteur du jeu passe son temps à "bluffer" le joueur pour qu'il ne découvre pas trop vite les mécanismes
- Cette difficulté doit être contrôlée: apprentissage du "gameplay" pas trop simple, pas injuste (on doit pouvoir comprendre les raisons d'un échec), pas trop complexe…
- Il doit y avoir différents niveaux de règles (tactiques, stratégiques) avec des processus d'apprentissage différentiés et compatible avec des règles ergonomiques de base (aspect intuitif des mécanismes réflexes

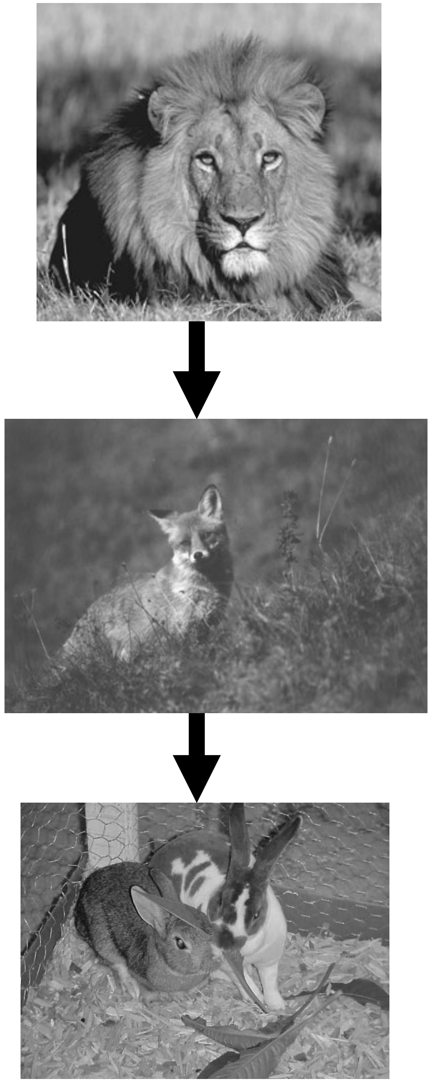
Notion de stratégie dominante

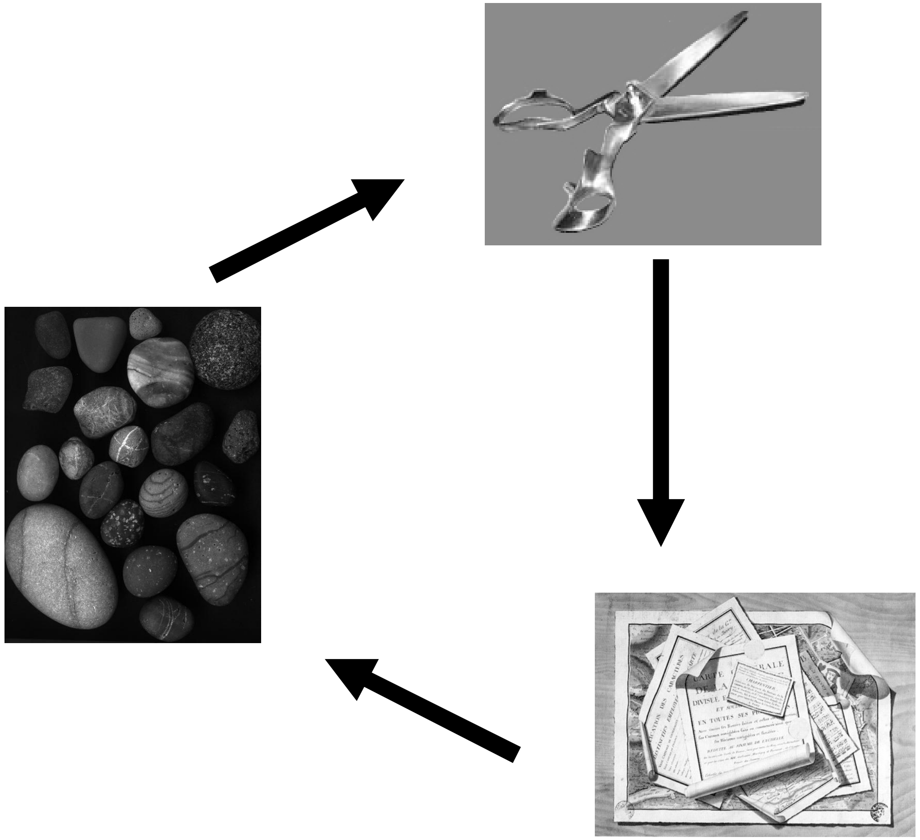
- Si un choix du joueur bat à tous les coups l'ordinateur, il sera vite trouvé et devient sans intérêt
- Si un choix de l'ordinateur ne peut être contré il sera considéré comme injuste

Il ne doit pas y avoir de stratégie dominante:

Toute décision doit avoir une contrepartie qui peut être favorable à l'autre joueur

Choix transitif et intransitifs





Jeux de "je te mange tu me manges"

Matrice des gains d'Alice (et des pertes de Bob): jeu à somme nulle

A \ B	Lapin	Renard
Lapin	0	-1
Renard	1	0
Lion	2	1

Réduction des stratégies dominées

- Pour Alice qui doit maximiser ses gains une décision Li (ligne i) domine Lj si Li(k)=Lj(k) pour tout k: quelque soit le choix de Bob, Alice gagne plus en jouant i qu'en jouant j. Elle ne jouera jamais j, on peut éliminer la ligne:

Comme lion domine renard domine lapin: On garde la ligne lion

- Pour Bob qui doit minimiser ses pertes une décision Ci (Colonne i) domine Cj si Ci(k) = Cj(k) pour tout k: quelque soit le choix d'Alice Bob perd moins en jouant i qu'en jouant j. Il ne jouera jamais j, on peut éliminer la colonne.:

Comme renard domine lapin: On garde la Colonne renard

Le jeu se réduit à une case (lion, renard)

Alice gagne à tout les coups (stratégie strictement dominante)

Jeux de papier, ciseau, caillou

Matrice des gains d'Alice (et des pertes de Bob)

A B	Papier	Ciseaux	Caillou
Papier	0	-1	1
Ciseaux	1	0	-1
Caillou	-1	1	0

Une autre version des ciseaux...

Balayage bat
Coup de pied

Coup de pied
repousse
"stomp"

Stomp
bat
balayage

Théorie des jeux

- Fondée par Von Neuman et Morgenstern en 1944
- Considérée comme un fondement théorique à l'analyse des situations de concurrence, de conflit et de négociation économique
- Possède un équivalent dans les jeux à espace d'état continus utilisés en commande (jeux de poursuites par exemple)
- En version probabiliste (jeu contre la nature): théorie des martingales

Hypothèses

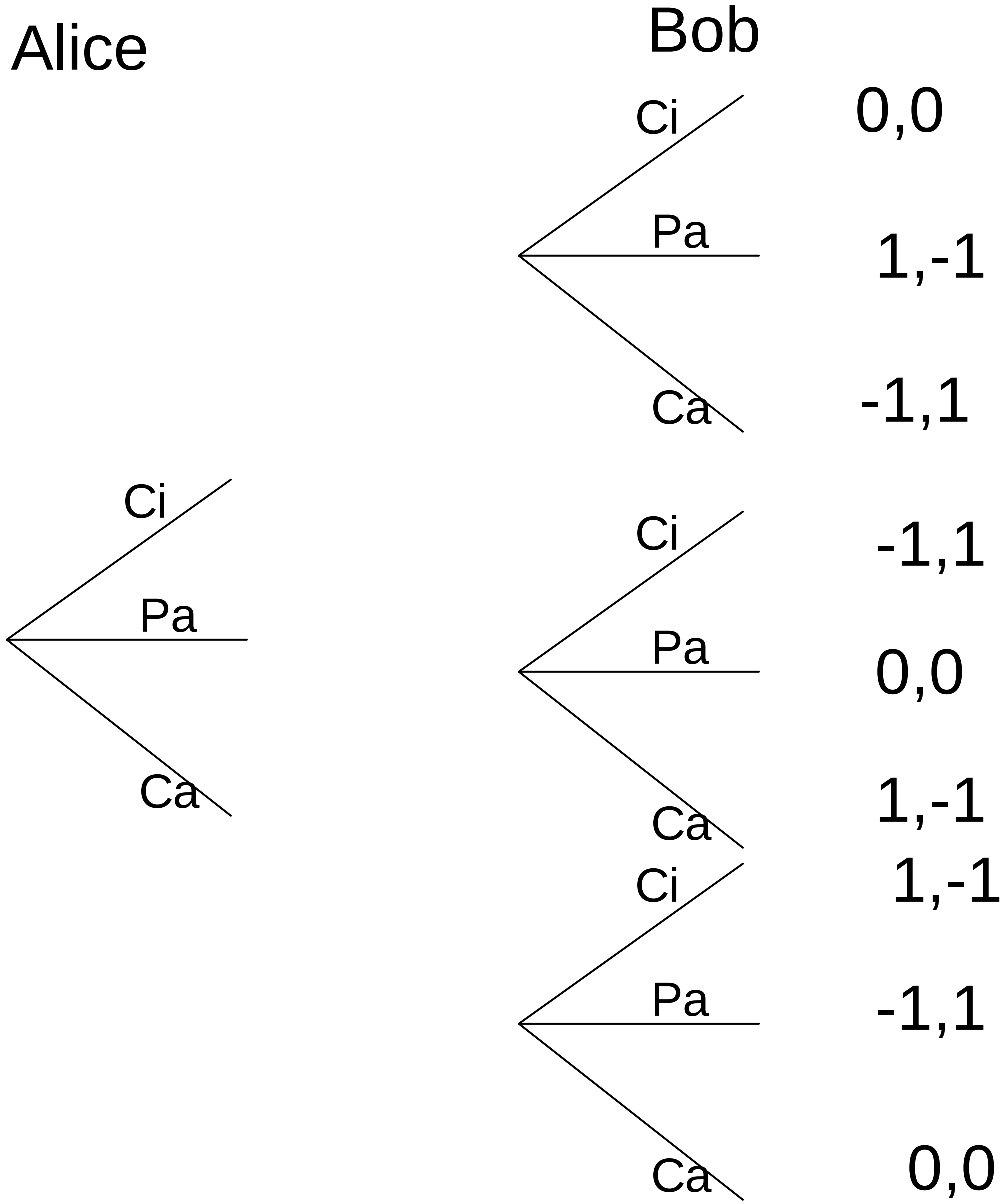
- Ensemble fini de joueurs A,B,C...
- Règles
  - Espace d'état fini E: e_0 l'état initial
  - Espace de décision:$\{x_{i,j}(n)\}$

  Décisions pouvant être prise par le joueur j dans l'état e_n

  Tous les joueurs ayant joué, l'ensemble des décisions prise à cette étape D_n conduit à l'état e_{n+1}.
  - Ordre de jeu: Tout le monde décide ensemble, ou selon un ordre
  - Fonction d'évaluation $f_k(D_n)$

  Gain apporté au joueur k par D_n
- Durée du jeu: 1 coup, n coups, infini, jusqu'à ce qu'un assertion sur l'état devienne vraie (temps d'arrêt)
- Hypothèse de rationalité: les joueurs cherchent individuellement à maximiser leurs gains
- Information complète: les règles sont connues de tous, parfaite: tout le mode connaît l'histoire

Arbre complet du jeu ciseaux...



Cas simples

- Le cas le plus simple: l'espace de décision ne change pas, l'espace d'état est réduit à la fonction de gain
- Jeux à un coup
- Jeu à somme nulle: les gains d'Alice sont les pertes de Bob

Réduction des stratégies dominantes
jeu à somme non nulle

A	B			
		b1	b2	b3
	a1	(3,5)	(3,7)	(2,5)
	a2	(4,6)	(6,5)	(3,7)
	a3	(5,4)	(2,7)	(4,2)

Réduction des stratégies dominées (2)

Alice gagne toujours plus en jouant a2 que a1. On élimine a1

		B		
A		b1	b2	b3
	a2	(4,6)	(6,5)	(3,7)
	a3	(5,4)	(2,3)	(4,2)

Bob le sait (information complète) b2 est dominée par b1

		B	
A		b1	b3
	a2	(4,6)	(3,7)
	a3	(5,4)	(4,2)

Réduction des stratégies dominées (3)

Alice gagne toujours plus en jouant a3 que a2. On élimine a2

	B		
		b1	b3
A	a3	(5,4)	(4,2)

Bob le sait il doit donc jouer b1.

Le jeu se résume à a3,b1: Alice gagne 5 et Bob 4

Exemple d'application dans les RPG (Final Fantasy)

- Le concepteur du jeux et le programme connaissent tout
- A priori le joueur (au début du jeu) ne connaît pas l'espace de décision du programme ni la fonction d'évaluation
- Il l'apprend au fur et à mesure des combats

Conséquences

- L'ordinateur ne doit pas avoir de stratégie strictement dominante
- Le joueur ne doit pas avoir de stratégie strictement dominée (ou doit comprendre intuitivement quelle sont les bêtises à ne pas faire)
- Le joueur doit avoir toujours une stratégie gagnante par suppression des stratégies dominées. Comme il a une information incomplète il la découvre au fur et à mesure des combats
- Lorsque le joueur atteint un niveau de connaissance qui lui font gagner à tout les coups, il faut changer les règles de décisions

Paradoxe des prisonniers

		B	
		Je me tais	Je dénonce A
A	Je me tais	(1,1)	(-3,2)
	Je dénonce B	(2,-3)	(-1,-1)

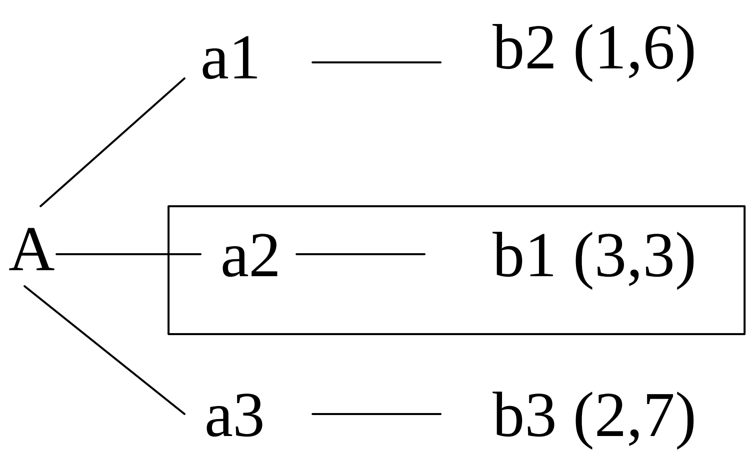
Hypothèse sur les connaissances

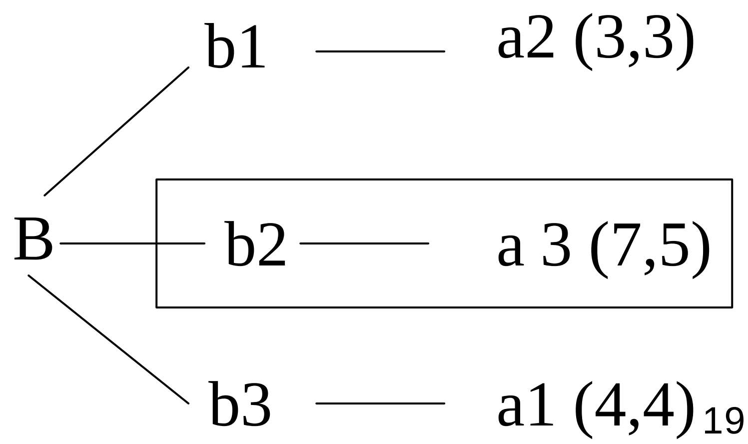
Si Alice joue a1, Bob va jouer b2, Alice se dit zut, j'aurai du jouer a3. Mais si elle joue a3, Bob jouera b3….

	B			
		b1	b2	b3
A	a1	(2,2)	(1,6)	(4,4)
	a2	(3,3)	(2,2)	(2,0)
	a3	(2,1)	(7,5)	(2,7)

Utilisation d'un arbre de jeux (Pour un jeux vidéo)

		B		
A		b1	b2	b3
	a1	(2,2)	(1,6)	(4,4)
	a2	(3,3)	(2,2)	(2,0)
	a3	(2,1)	(7,5)	(2,7)





Notion de niveau de sécurité: Critère du Min Max

	B			
A		b1	b2	b3
	a1	(3,3)	(9,2)	(7,1)
	a2	(4,5)	(6,7)	(8,4)
	a3	(1,8)	(7,5)	(6,6)

Si Alice choisit a1, Bob choisit b1=> Gain pour Bob 3
Si Alice choisit a2, Bob choisit b2=> Gain pour Bob 7
Si Alice choisit a3, Bob choisit b1=> Gain pour Bob 8
Une stratégie prudente conduit Bob à Choisir b1 qui lui garantit 3
De même Alice choisira a2 qui lui garantit 4
Bob a pour niveau de sécurité le Min sur ai du Max sur bj
de sa fonction d'utilité
Alice a pour niveau de sécurité le Min sur bj du Max sur ai
de sa fonction d'utilité

Jeux de conflit pur: jeux à somme constante

Si pour toute stratégie la somme des fonctions d'utilité est constante, tout gain d'un joueur fait perdre au moins un autre joueur.Quand Bob veut gagner il doit faire perdre Alice et réciproquement

Dans le cas de 2 joueurs:

$$f_1(x_1, x_2)+ f_2(x_1, x_2)=C$$

$$\min_{x_2} \max_{x_1} f_1 = C - \max_{x_2} \min_{x_1} f_2$$

Equilibre de Nash

Soit un jeu à un coup. Notons X_i une stratégie du joueur i. On dit qu'un ensemble de stratégie $X_1 \ldots X_N$ est un accord stable ou équilibre de Nash si pour tout joueur i:

$$f_i\,(X_1 \ldots X_N\,) = \mathrm{Max}\,(X_1 \ldots, X_{i-1}, x_i\,, X_{i+1}\,, \ldots X_N\,)$$

Le maximum étant pris sur toute les stratégies du joueur i

Résultats essentiels

Pour un jeu a somme constante qui a un équilibre de Nash,toute déviation par rapport à l’équilibre d’un joueur profite à l’autre

Un jeu à équilibre de Nash

	B			
		b1	b2	b3
A	a1	(2,2)	(1,6)	(4,4)
	a2	(3,3)	(2,2)	(2,0)
	a3	(2,1)	(7,5)	(2,7)

- Le critère du Min Max donne pour Alice stratégie a2 gain 3 (a2,b1)
- Le critère du Min Max donne pour Bob stratégie b1 gain 3 (a2,b1)

$$\underset{ai}{\text{Min}}\ \underset{bj}{\text{Max}}\ f_A = -\underset{bj}{\text{Min}}\ \underset{ai}{\text{Max}}\ f_B$$

Dans un jeu à somme constante on montre qu'un équilibre de Nash vérifie

$$\text{Min Max } f_A - \text{Min Max } f_B = C$$

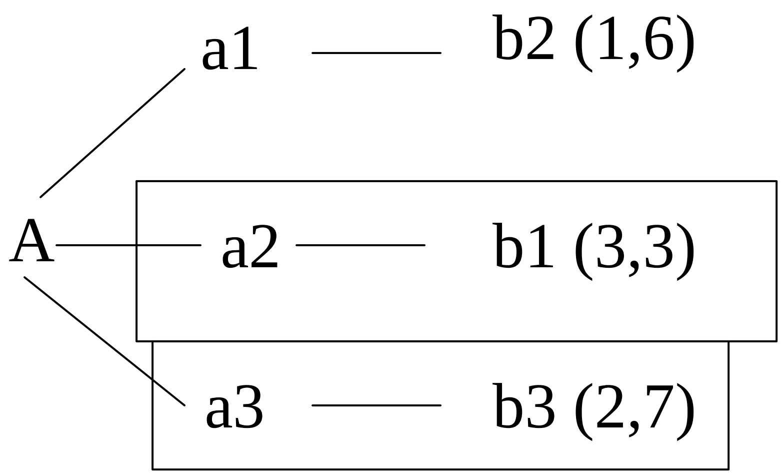
Un jeu à équilibre de Nash

A	B		
	b1	b2	b3
a1	(2,2)	(1,6)	(4,4)
a2	(3,3)	(2,2)	(2,0)
a3	(2,1)	(7,5)	(2,7)

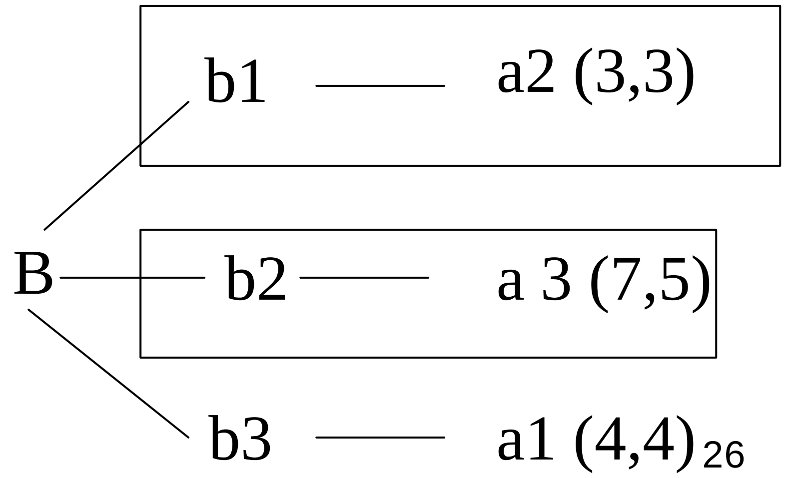
Paradoxe de l’équilibre de Nash

		B		
		b1	b2	b3
A	a1	(2,2)	(1,6)	(4,4)
	a2	(3,3)	(2,2)	(2,0)
	a3	(2,1)	(7,5)	(2,7)

Vue de Bob

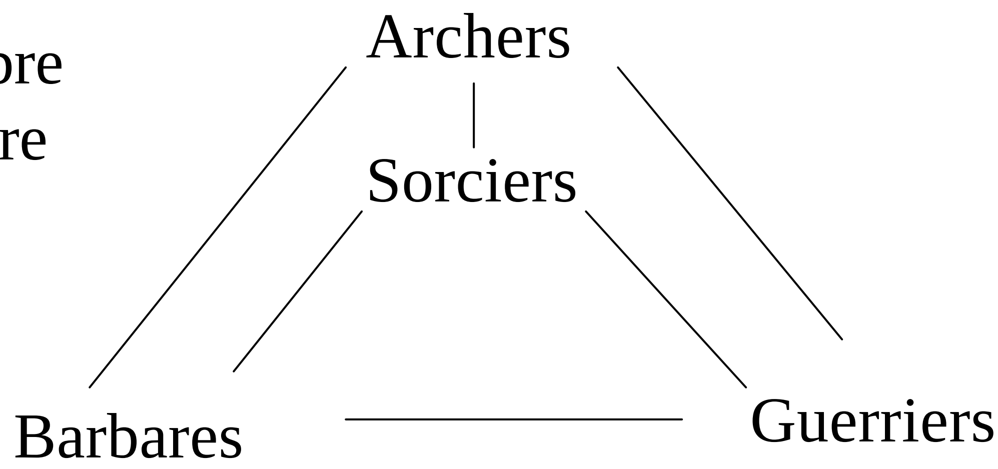


Vue d’Alice



Un jeu de stratégie

Ce jeu n’a pas d’équilibre
de Nash en stratégie pure



		B			
		a	g	b	s
A	a	0	-1	1	0
	g	1	0	-1	-1
	b	-1	1	0	1
	s	0	1	-1	0

Notion de stratégie mixte (jeux symétrique)

On suppose qu'Alice va jouer avec la fréquence Pi la stratégie xi

$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$ Soit p la distribution de probabilité correspondante

On suppose que Bob va jouer avec la fréquence qj la stratégie xj

$q_1 + q_2 + \ldots + q_n = 1$ Soit q la distribution de probabilité correspondante

Gain espéré d'Alice

$$F_A\,(p,q)= p_1\,(q_1 f_A\,(x_1,x_1)+\ldots+ q_n f_A\,(x_1,x_n))+\ldots+$$
$$p_i\,(q_1 f_A\,(x_i,x_1)+\ldots+ q_n f_A\,(x_i,x_n))+\ldots))+\ldots$$
$$p_n\,(q_1 f_A\,(x_n,x_1)+\ldots+ q_n f_A\,(x_n,x_n))+\ldots))$$

Une stratégie mixte stable est donnée par deux distributions P, Q, telles que:

$$F_A\,(P,Q)=\mathrm{Max}\;F_A\,(p,Q) \text{ et } F_B\,(P,Q)=\mathrm{Max}\;F_B\,(P,q)$$

Théorème de Nash: Tout jeu fini à une stratégie mixte stable

Quelques résultats (jeux symétrique à somme constante C)

Pour les jeux à deux joueurs finis il existe un valeur g dite valeur du jeu telle que

Pour tout i

$p_1 f_A(x_1, x_i) + \ldots + p_n f_A(x_n, x_i) \geq g$

$p_i \geq 0$

$p_1 + \ldots + p_n = 1$

Max g

Pour tout j

$q_1 f_B(x_j, x_1) + \ldots + q_n f_A(x_j, x) \geq C - g$

$q_j \geq 0$

$q_1 + \ldots + q_n = 1$

Max C-g=C - Min g

Si le jeu est à somme nulle, l'espérance de gain d'Alice = espérance de perte de C=0 et g=0:

Une stratégie d'équilibre doit être telle que ses optimums soient nuls

Si le jeu est symétrique $p_{i} = q_{i}$

Solution du jeu de stratégie

		B			
A		a	g	b	s
	a	0	-1	1	0
	g	1	0	-1	-1
	b	-1	1	0	1
	s	0	1	-1	0

$g - b \geq 0$

$-a + b + s \geq 0$

$a - g - s \geq 0$

$-g + b \geq 0$

$a + g + b + s = 1$

$g = b$

$a - s = b = g$

Solution générale $1 \geq x \geq 0$

$x\,(1/2, 0, 0, 1/2) + (1-x)(1/3, 1/3, 1/3, 0)$

Analyse du résultat

- Toute solution comporte des archers
- On peut jouer en n’utilisant que des archers et des sorciers.
- Il faut utiliser d’autres mécanismes de gameplay pour justifier toutes les classes de personnages

Utilisation subtiles des calculs dans le jeu vidéo

Contrairement au calcul économique il s’agit de construire un jeu:

- Analyse des poids des choix stratégiques
- Calcul d’une stratégie mixte pour l’ordinateur non stable mais voisine de la stabilité…

Bibliographie

- B. Guerrier, La théorie des jeux, Economica 2002
- J.P. Ponsard, Logique de la négociation et théorie des jeux,Edition de l’organisation 1977
- A. Rollins et D. Morris, Game Architecture and Design, Coriolis 2000