

# Spécification et Modélisation Informatiques (NFP108)

## Révision

13 janvier 2009

### 1 Exercice (logique des propositions)

Soit le rapport de police suivant :

Si le prévenu a commis le vol, c'est que ce vol a été minutieusement préparé, ou alors le prévenu avait un complice. Si le vol a été minutieusement préparé, alors, si le prévenu avait un complice, un butin important a été emporté. Or, le butin n'a pas été important. Donc, le prévenu n'a pas commis le vol. »

1. Modéliser ce raisonnement en logique de proposition.
2. Ce raisonnement est-il valide ? justifier la réponse.

#### Solution

On introduit :

1.  $p$  = le prévenu a commis le vol
2.  $q$  = le vol a été minutieusement préparé
3.  $r$  = le prévenu avait un complice
4.  $s$  = le butin a été important

On modélise :

$$H1 = p \rightarrow (q \vee r)$$

$$H2 = q \rightarrow (r \rightarrow s)$$

$$H3 = \neg s$$

$$C = \neg p$$

Validité :

$$H1, H2, H3 \mid = C?$$

le raisonnement est non valide :

$$p = q = 1, r = s = 0$$

## 2 Exercice(logique des propositions)

Les formules suivantes sont-elles sémantiquement équivalentes ? (justifier la réponse).

- $A \rightarrow C \wedge (C \rightarrow \neg A)$  et  $\neg A$
- $A \rightarrow C \wedge (C \rightarrow \neg A)$  et  $A$
- $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$  et  $p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$
- $p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$  et  $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee q)$

### Solution

oui, non, oui, oui : faire les tables de vérité

## 3 Exercice(logique des prédicats)

Il existe en Ecosse un club très fermé qui obéit aux règles suivantes :

1. tout membre non écossais porte des chaussettes rouges,
2. les membres mariés ne sortent pas le dimanche,
3. un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais,
4. tout membre qui porte un kilt est écossais et est marié,
5. tout membre qui porte des chaussettes rouges porte un kilt,
6. tout membre écossais porte un kilt.

modéliser ces règles et déduire le nombre de membres du club.

### Solution

Les règles de ce club concernent donc un membre éventuel du club, appelons-le  $x$ . on transforme chaque règle en une formule qui utilise les atomes suivants :

1.  $e$  :  $x$  est un membre écossais,
2.  $k$  :  $x$  porte un kilt,
3.  $m$  :  $x$  est marié,
4.  $c$  :  $x$  porte des chaussettes rouges,
5.  $d$  :  $x$  sort le dimanche.

On montre que les règles de ce club sont si contraignantes qu'il ne peut accepter aucun membre.

a)

- Règle 1 :  $(\neg e) \rightarrow c$
- Règle 2 :  $(m \rightarrow (\neg d))$
- Règle 3 :  $(d \leftrightarrow e)$
- Règle 4 :  $(k \rightarrow (e \wedge m))$
- Règle 5 :  $(c \rightarrow k)$
- Règle 6 :  $(e \rightarrow k)$

b) D'après ces règles, si le membre n'est pas écossais alors il porte des chaussettes rouges (règle 1) il doit donc porter un kilt (règle 5), mais seuls les écossais ont le droit de porter un kilt (règle 6), comme il n'est pas écossais, il ne peut porter de kilt.

$((\neg e) \rightarrow c) \rightarrow k) \rightarrow e$

il est donc impossible d'être membre de ce club car il y a contradiction.

## 4 Exercice (modèles)

Soit la spécification suivante d'une bibliothèque :

1.  $\forall e (Ex(e) \Rightarrow \exists! y (L(y) \wedge Exde(e, l)))$
2.  $\forall e, aa, ab (Ex(e), A(aa), A(ab), Emp(aa, e) \wedge Emp(ab, e) \rightarrow aa = ab)$
3.  $\forall ea, eb ((Ex(ea) \wedge Ex(eb) \wedge ea = eb \wedge \exists a (A(a) \wedge Emp(a, ea) \wedge Emp(a, eb))) \Rightarrow \forall la, lb (Exde(ea, la) \wedge Exde(eb, lb) \wedge L(la) \wedge L(lb) \rightarrow la = lb))$

Voici l'interprétation des symboles de prédicats :

- $Ex()$  (etre un exemplaire),
- $L()$  (etre un livre)
- $A()$  (etre un abonné)
- $Emp(a, e)$  (a emprunte l'exemplaire e)
- $Exde(e, l)$  (e est un exemplaire du livre l)

1. Donner un modèle de ces formules avec 3 exemplaires, 2 livres et 2 abonnés.
2. Donner une interprétation avec 3 exemplaires, 2 livres et 2 abonnés ne vérifiant pas la formule 1
3. Donner une interprétation avec 3 exemplaires, 2 livres et 2 abonnés qui ne vérifiant pas la formule 2
4. Donner une interprétation avec 3 exemplaires, 2 livres et 2 abonnés qui ne vérifiant pas la formule 3
5. Traduire ces formules en (bon) français.

## Solution