# Spécification et Modélisation Informatiques (NFP108)
# Logique des predicats et modélisation ensembliste

8 janvier 2009

## 1 Exercice

Montrer : $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x))$ (on pourra raisonner par l'absurde).

## 2 Exercice

Montrer : $\forall x(\exists y Q(x,y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \forall x \forall y(Q(x,y) \rightarrow P(x))$

## 3 Exercice

On se pose la question de savoir si le fait qu'une relation soit symétrique (A) et transitive (B) implique qu'elle soit aussi reflexive (C). Ce n'est pas le cas, et les modèles de la figure 1 permettent de comprendre pourquoi. Le but de cet exercice est d'ajouter une condition supplémentaire (D) telle que $A \wedge B \wedge D \rightarrow C$

1. traduire en calcul des prédicats les phrases suivantes :
   - R est symetrique(A)
   - R est transitive (B)
   - R est reflexive (C)

   en modélisant la relation binaire R par un prédicat binaire $R()$.
2. parmis ces modèles, lesquels rendent vrais A et B ?
3. même question pour C .
4. même question pour $(A \wedge B) \rightarrow C$ .
5. Expliquer ce qui se passe pour les modèles 2 4 et 5
6. Compléter la formule suivante pour qu'elle soit valide. $A \wedge B \wedge \ldots \rightarrow C$
7. Démontrer cette nouvelle formule

## 4 Exercice

On veut modèliser le fonctionnement d'une bibliothèque : On observe les règles suivantes :

1. Un exemplaire est toujours associé à un livre. Celui ci est unique.
2. Un même exemplaire de livre ne peut etre emprunté par différents abonnées.
3. Un même abonnée ne peut emprunter plus d'un exemplaire d'un même livre

Formaliser ces règles en **Calcul des prédicats**.

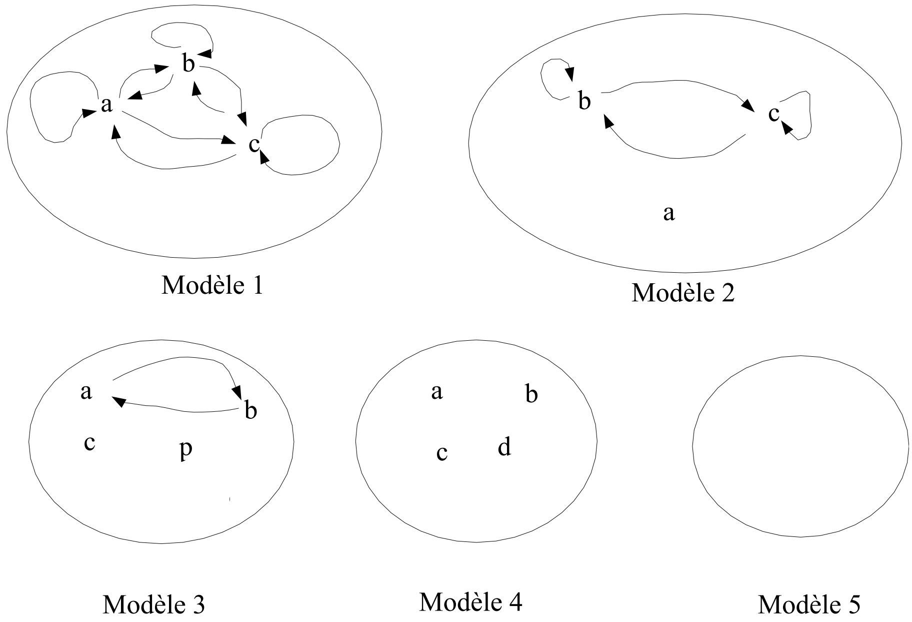


FIG. 1 – Modèles pour l'exercice 2

## 5 Exercice

On veut modèliser le fonctionnement d'une bibliothèque : On observe les règles suivantes :

1. Un exemplaire est toujours associé à un livre. Celui ci est unique.
2. Un même exemplaire de livre ne peut etre emprunté par différents abonnées.
3. Un même abonnée ne peut emprunter plus d'un exemplaire d'un même livre

Formaliser ces règles en **théorie des ensembles.**